DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU VE İMKB VERİLERİNE UYGULANMASI ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Filiz KARDİYEN(*)

Özet: Portföy seçim problemi için klasik bir yaklaşım olan karesel programlama yöntemi, işlem zorlukları, fazla zaman gerektirmesi ve normal dağılım ve yatırımcının riskten kaçtığı varsayımlarına dayanması gibi sebeplerle bu modele alternatif birçok model önerilmiştir. Bu çalışmada, bu alternatif modellerden biri olan ve optimal portföyü basit bir doğrusal programlama probleminin çözümü ile elde etmeye dayanan Ortalama Mutlak Sapma Modeli ele alınmıştır. Model teorik anlamda tanıtılmış ve avantajlarına değinilmiştir. Uygulama çalışmasında, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) verileri kullanılarak modele ait sonuçlar değerlendirilmiştir.
Anahtar Kelimeler: Portföy Optimizasyonu, Doğrusal Programlama, Ortalama Mutlak Sapma Modeli, Sharpe Endeksi.

Abstract: Markowitz Model, a classical approach for portfolio optimization problem, has been wanted to be improved because of its computational complexity, problem of consuming to much time and normality and risk aversion assumptions, and a number of alternative models have been proposed. In this study, one of these alternative models Mean Absolute Deviation Model which is based on transforming the problem of portfolio optimization to the linear programming model, is discussed. Model is teorically presented and its advantages are also discussed. Results obtained from the Mean Absolute Deviation Model using IMKB data are analyzed.
Keywords: Portfolio Optimization, Linear Programming, Mean Absolute Deviation Model, Sharpe Index.

I. Giriş

Geleneksel portföy optimizasyonu problemi, menkul kıymetler için getiri oranı ve risk arasında makul bir tercih ile bir yatırım planı oluşturmaktır. Markowitz'in Ortalama-Varyans modeli, minimum riskli, belirli bir ortalama getiri oranını sağlayan portföy elde etmek için tek periyotlu statik bir modeldir. Markowitz'in çalışması temel alınarak, aynı problem için çok sayıda alternatif model önerilmiştir. Bu alternatif modellerin temel amacı, orijinal karesel programlama problemine ait hesaplama karmaşıklığının üstesinden gelmektir (Kim vd., 2005: 93). Bu çalışmada ele alınan Ortalama Mutlak Sapma (MAD) modeli bu modellerden biridir.

Markowitz'in 1950'li yıllarda doktora tezi olarak başladığı ve daha sonra portföy yönetiminin temel taşlarından biri olan çalışması ile portföy yönetimi anlayışında köklü değişiklikler olmuştur. Daha önceleri portföy yönetiminde esas ağırlık bireysel varlık seçimi üzerindeyken, Markowitz ile beraber risk-getiri değişimi çerçevesinde varlıkların birbirleriyle ilişkisi ortaya

(*)Arş.Gör. Gazi Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü

konulmuş dolayısıyla çeşitlendirme ve portföyün tümünün değerlendirilmesi gündeme gelmiştir (Özçam, 1997: 5).

Markowitz'in portföy optimizasyon modeli, teorik anlamdaki ününe rağmen büyük boyutlu (large-scale) portföyleri oluşturmada yaygın olarak kullanılmamaktadır. Bunun en önemli nedeni büyük boyutlu bir karesel problemin çözümünde karşılaşılan hesaplama zorluklarıdır. Ayrıca büyük boyutlu portföyler için, optimal çözümün yorumlanması konusunda da zorluklarla karşılaşılmaktadır.

1960'lı yıllardan itibaren birçok araştırmacı (Sharpe 1967, Stone 1973), Markowitz'in Ortalama-Varyans Modelinin bahsedilen dezavantajlarını hafifletmek amacıyla çeşitli modeller geliştirmişlerdir. Ayrıca hisse senedi fiyatlarını etkileyen faktörlerin dikkate alındığı indeks modellerin kullanımı, araştırmacılara işlem miktarını azaltma imkanı vermiştir. Sermaye varlıklarını fiyatlama ve arbitraj fiyatlama gibi varlık fiyatlarını açıklamaya yönelik denge modelleri ise oldukça popüler olmuştur. Sermaye varlıklarını fiyatlama modeli, Markowitz'in kuramına dayanmaktadır ancak iki model arasında önemli farklar bulunmaktadır. Özellikle, denge modelleri pazar portföyü ile varlıkların getiri oranları arasındaki basit ilişkiyi elde etmek için gerçekçi olmayan varsayımlar gerektirmektedir (Konno ve Yamazaki, 1991: 519).

Konno ve Yamazaki (1991) Markowitz'in Ortalama-Varyans portföy seçim modeline alternatif olarak, bir portföy optimizasyon modeli olan ortalama mutlak sapma (MAD) modelini önermişlerdir. MAD Modeli, Ortalama-Varyans Modelindeki amaç fonksiyonunda minimize edilmek üzere ele alınan varyans yerine ortalama mutlak sapmayı kullanmıştır. Böylece, portföy seçim problemi bir karesel programdan doğrusal programa dönüşmüştür (Simaan, 1997: 1437).

Bu çalışmada, Konno ve Yamazaki tarafından (1991) Markowitz'in klasik ortalama-varyans modeli ile çözülemeyen büyük boyutlu portföy optimizasyon problemlerinin çözümü için önerilen MAD modelini tanıtmak ve bazı önemli özelliklerini incelemek amaçlanmıştır. Uygulama bölümünde MAD modelinin İMKB de işlem gören menkul kıymetler için kullanıldığında elde edilen etkin portföylerin performansları incelenmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

II. Ortalama Mutlak Sapma (Mad) Modeli

MAD modeli, Markowitz'in klasik formülasyonunu, mutlak sapmayı bir risk ölçüsü olarak kullanarak basitleştiren alternatif bir metottur. İki ölçü matematiksel anlamda hemen hemen denkse de, hesaplama anlamında bakıldığında aralarında önemli fark vardır. Riski varyansla ölçme yaklaşımı problemi karesel programlama problemine dönüştürürken, mutlak sapma yaklaşımı, problemi doğrusal programlama problemine indirger (Konno ve Koshizuka, 2005: 893).

Varlık getirilerinin ortak olasılık dağılımı çok değişkenli Normal dağılım ise, portföy getirileri tek değişkenli Normal dağılıma sahip olacaktır.

Konno ve Yamazaki Normal dağılımın ortalama mutlak sapmasının, standart sapması ile orantılı olduğunu göstermişlerdir. Sonuç olarak, varlık getirilerinin çok değişkenli Normalliği altında, MAD Modeli ile Markowitz Modeli aynı etkin seti vermektedir. Bu, $(R_1, R_2, ..., R_n)$ getirileri, çok değişkenli Normal dağılıma sahip iseler iki ölçü aynıdır. Yani $(R_1, R_2, ..., R_n)$ getirileri çok değişkenli Normal dağıldıklarında, $w(x)$ fonksiyonunu minimize etmenin, $\sigma(x)$ fonksiyonunu minimize etmek olduğu anlamına gelmektedir (Simaan, 1997: 1437). Ayrıca Rudolf, Wolter ve Zimmermann (1999) ortalama sapmayı en küçük yapmanın, riskten kaçma durumunda beklenen faydayı en büyük yapmakla denk olduğunu göstermiştir. (Rudolf vd., 1999: 85 103).

A. Matematiksel Model

R_j, $(j = 1,2,...,n)$, j varlığının getirisini temsil eden rasgele değişken ve x_j, $(j = 1,2,...,n)$, j varlığına yatırılacak oran olmak üzere, n tane varlıktan oluşan portföyün getirisi aşağıdaki gibi gösterilir:

$$R(x) = \sum_{j=1}^{n} R_j x_j \tag{1}$$

Burada j varlığının getirisi, F_t ; varlığın dönem sonu fiyatı, F_{t-1} ; varlığın dönem başı fiyatı olmak üzere

$$R_j = \frac{(F_t - F_{t-1})}{F_{t-1}} \tag{2}$$

şeklinde hesaplanır.

Standart portföy analizinde varyans ve riskin ölçüsü olarak kullanılan standart sapma ise aşağıdaki gibi hesaplanır:

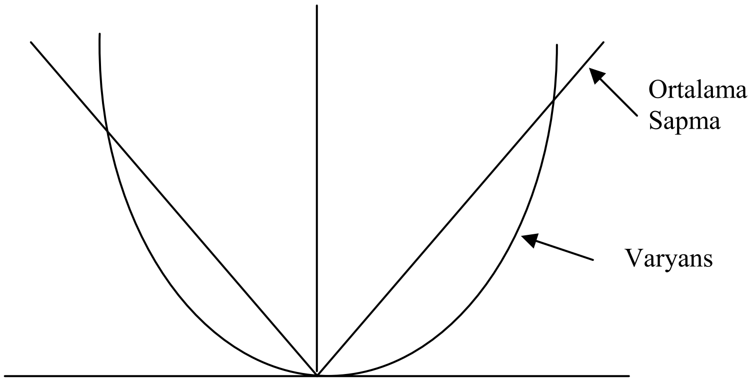
$$V(x) = E\left[(R(x) - E[R(x)])^2\right] \tag{3}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} \tag{4}$$

Modelde riskin ölçüsü olarak kullanılan ortalama mutlak sapma, aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$w(x) = E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right]\right|\right] \tag{5}$$

Bu fonksiyon aynı zamanda en küçük yapılacak olan amaç fonksiyonudur (Konno, Koshizuka, 2005: 894).



Şekil 1: *Varyans ve Ortalama Mutlak Sapmanın Geometrik Gösterimi*

$$\text{minimize}\, w(x) = E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right]\right|\right]$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{n} E\left(R_j\right) x_j \geq \rho \\ & \sum_{j=1}^{n} x_j = 1 \\ & 0 \leq x_j \leq 1 \;, \qquad j = 1, 2, \ldots, n \end{aligned} \tag{6}$$

ρ : yatırımcının istediği minimal getiri

r_{jt}; t zaman periyodu, $\left(t = 1, \ldots, T\right)$, için elde edilen getiridir ve bu getirinin geçmiş verilerden veya bazı gelecek ile ilgili tahminlerden elde edilebilir olduğu ayrıca, rasgele değişkenin beklenen değerinin bu verilerden elde edilen ortalamaya yakınsayacağı varsayılır.

$$r_j = E(R_j) = \sum_{t=1}^{T} r_{jt} / T \tag{7}$$

olsun. $w(x)$ ise aşağıdaki gibi yakınsatılır;

$$E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right]\right|\right] = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{j=1}^{n}(r_{jt} - r_j)x_j\right| \tag{8}$$

$a_{jt} = r_{jt} - r_j$; $j = 1,...,n$; $t = 1,...,T$ olsun.

Bu durumda problem aşağıdaki en küçükleme problemine dönüşür :

$$\begin{aligned} &\min\text{imize}\, w(x) = \sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j\right| \Big/ T \\ &\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho \\ &\sum_{j=1}^{n} x_j = 1 \\ &0 \leq x_j \leq 1, \qquad j = 1,2,...,n \end{aligned} \tag{9}$$

Tanımlamalar sayesinde amaç fonksiyonu doğrusallaşmıştır. Bu model bir doğrusal programlama modeline denktir:

$$\text{minimize } w(x) = \sum_{t=1}^{T} y_t \Big/ T$$

$$\text{s.t.} \quad y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt}\, x_j \geq 0 \ , \ t = 1,2,...,T$$

$$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt}\, x_j \geq 0 \ , \ t = 1,2,...,T \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_j\, x_j \geq \rho$$

$$0 \leq x_j \leq 1, \qquad j = 1,2,...,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1$$

(Konno ve Yamazaki, 1991: 523 524).

B. MAD Modelinin Avantajları

- Modeli kurmak için varyans-kovaryans matrisi hesaplanmak zorunda değildir. Ayrıca, yeni veriler eklendiğinde, modeli güncellemek oldukça kolaydır.
- Doğrusal bir programı çözmek diğerlerine göre daha kolaydır. Ayrıca modelde içerilen menkul kıymet sayısı ne olursa olsun, fonksiyonel kısıtların sayısı sabit kalır. Böylece binden fazla varlık için problem çözülebilir (Konno ve Yamazaki, 1991:520 524).
- MAD modeli, getiriler için herhangi bir dağılım varsayımı gerektirmez (Mansini vd. , 2003: 189).
- Optimal çözüm 2T+2 den daha fazla menkul kıymet içeremez. Bu nedenle portföydeki varlık sayısını kısıtlamak istediğimizde, T kontrol değişkeni olarak kullanılabilir .
- Bütün mümkün menkul kıymetler, aynı periyot boyunca negatif getiri getirseler bile her zaman çözüm vardır.
- Sabit veya değişken maliyetler dikkate alındığı durumlarda model, bir tamsayılı doğrusal programlama modeli olarak yeniden formüle edilebilir (Papahristodoulou ve Dotzauer, 2004: 6).

- Ortalama sapma zarar riskinin bir ölçüsü olarak düşünüldüğünde, MAD modeli, zarar riski modeli gibi daha özel bir modele dönüşebilme avantajına sahiptir.
- MAD modelinin etkin sınırındaki en optimal çözümü, getirilerin dağılımı nasıl olursa olsun beklenen faydayı en büyük yapma prensibini sağlar (Yu vd. , 2006: 3).

Modelin bu avantajlarının yanı sıra, varyans-kovaryans matrisini görmezden gelmenin faydasından çok, büyük tahmin risklerine yol açtığı görüşleri de yer almaktadır.

III. Uygulama

Bu bölümde, MAD Modeli İMKB'den elde edilen gerçek bir veri setine uygulanarak, modelin portföy seçimindeki performansları incelenmiştir.

A. Veriler ve Hesaplama Sonuçları

Gerçek veri çalışmasında, Ocak 2000-Aralık 2004 arasında İMKB-100 endeksinde yer alan hisse senetlerinden 10 tanesi seçilerek, bu hisse senetlerinin aylık getirileri kullanılmış ve bu getiri verilerine MAD Modeli uygulanmıştır. Ayrıca, Ocak 2005-Eylül 2005 aralığındaki aylık getiri gözlemleri portföylerin gerçek performanslarını test edebilmek için modeli uygulama aşamasında dışarıda bırakılmış, gerçek performans hesaplamalarında kullanılmıştır. Hesaplamalar çeşitli aylık hedef beklenen getiri değerleri için yapılmıştır. Yatırımcıların portföylerini tamamen riskli yatırımlarla oluşturacakları düşünülmüş, risksiz yatırım ve açığa satışa izin verilmemiştir. MAD Modelinin verilere uygulanması, MATLAB paket programında program yazılarak gerçekleştirilmiştir.

Çalışmada kullanılan hisse senetleri; Ak Sigorta (AKGRT), Afyon Çimento (AFYON), Bosh Fren Sistemleri (BFREN), Deva Holding (DEVA), Doğan Holding (DOHOL), Ereğli Demir Çelik (EREGL), Ford Otosan (FROTO), Kardemir (KRDMA), Şişecam (SİSE), Petrol Ofisi (PTOFS) dir. Tablo1' de bu 10 hisse senedine ait betimsel istatistikler yer almaktadır

Tablo1: *Portföylerde Yer Alan 10 Menkul Kıymete İlişkin Betimsel İstatistikler*

Menkul kıymet (sembol)	Ortalama (%)	Standart Sapma	Min (%)	Max (%)	Çarpıklık	Basıklık
AKGRT	3,15	17,52	-37,04	40,44	0,02	-0,40
AFYON	2,72	25,22	-54,04	77,67	0,94	2,03
BFREN	2,99	16,39	-38,37	49,55	0,42	0,88
DEVA	4,02	17,55	-37,63	60,00	0,60	1,55
DOHOL	3,89	16,70	-28,57	47,50	0,43	0,49
EREGL	14,34	72,64	-67,65	389,78	4,54	21,73
FROTO	4,67	24,87	-43,21	95,06	1,08	2,45
KRDMA	2,77	17,33	-35,53	38,61	-0,09	-0,31
SİSE	1,43	19,22	-36,67	83,78	1,41	5,12
PTOFS	9,16	46,01	-45,65	245,75	3,22	13,24

Tablo 1 incelendiğinde, ele alınan hisse senetlerinin 9 tanesinin pozitif çarpıklığa, yalnız bir tanesinin negatif çarpıklığa sahip olduğu görülecektir. Ayrıca, 8 hisse senedi sivri dağılıma sahipken, yalnız 2 tanesi basık dağılıma sahiptir.

Değişik hedef getiriler için, MAD Modeline göre yatırım yapacak olan bir yatırımcının portföyüne hangi hisse senedinden ne oranda alması gerektiği Tablo 2' de verilmiştir.

Tablo 2: *Farklı Hedef Getirilere Göre Hisse Senetlerinin Portföylerde Yer Alma Oranları*

HİSSE	ρ (%)						
	3	4	5	6	7	8	9
AKGRT	0	0	0.1272	0	0	0.0032	0
DOHOL	0	0	0	0	0	0	0
EREGLİ	0.1452	0.1329	0.0713	0.1260	0.0112	0	0
FROTO	0.3050	0.2567	0.1240	0.1324	0.0152	0.0002	0
AFYON	0.1709	0.3976	0.3385	0.4624	0.6386	0.5206	0.4109
BFREN	0.0301	0.0429	0.11263	0.2002	0.2805	0.3666	0.4459
DEVA	0.0958	0.0512	0.1407	0.0672	0.0226	0.0657	0.0677
SİSE	0	0	0	0	0	0	0
PTOFS	0.253	0.1187	0.072	0	0	0	0
KRDMA	0	0	0	0.118	0.0319	0.0437	0.0756

Tablo 2 (devam): *Farklı Hedef Getirilere Göre Hisse Senetlerinin Portföylerde Yer Alma Oranları*

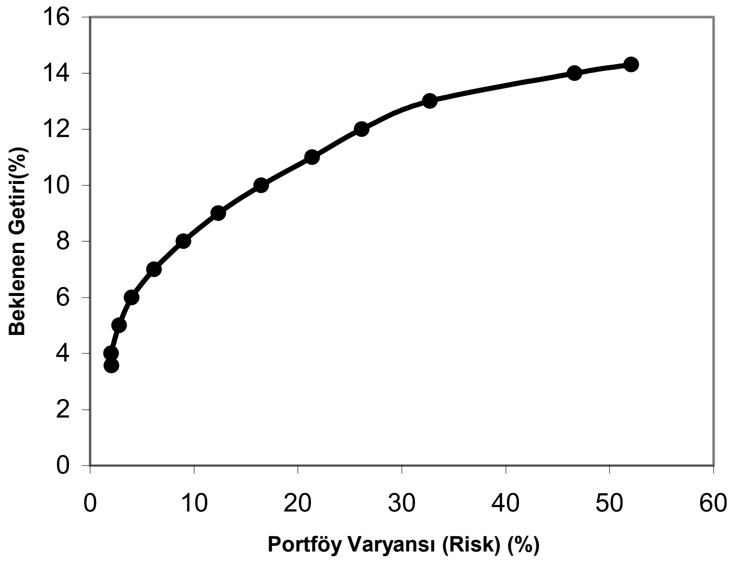
HİSSE	ρ (%)					
	10	11	12	13	14	14.3
AKGRT	0	0	0	0	0	0
DOHOL	0	0	0	0	0	0
EREGLİ	0	0	0	0	0	0
FROTO	0	0	0	0	0	0
AFYON	0.2906	0.1666	0.0478	0	0	0
BFREN	0.5260	0.6065	0.6709	0.7591	0.9351	0.993
DEVA	0.0784	0.0939	0.0847	0.0198	0	0
SİSE	0	0	0	0	0	0
PTOFS	0	0	0	0	0	0
KRDMA	0.1050	0.1330	0.1966	0.2211	0.0649	0.007

MAD Modeli kullanılarak farklı getiriler için elde edilen bu etkin portföylerin beklenen getiri ve varyansları Tablo 3' te yer almaktadır.

Tablo 3: *MAD Modeli Elde Edilen Etkin Portföylerin Beklenen Getiri ve Varyansları*

ρ (%)	Beklenen Getiri (%)	Varyans (%)
3	3.5647	2.0751
4	4	2.0473
5	5	2.8023
6	6	3.9987
7	7	6.1541
8	8	8.9821
9	9	12.3460
10	10	16.4770
11	11	21.3730
12	12	26.1480
13	13	32.7190
14	14	46.6400
14.3	14.3	52.0800

MAD Modeli ile portföyler için elde edilen etkin sınır şekil 2 deki gibi olur.



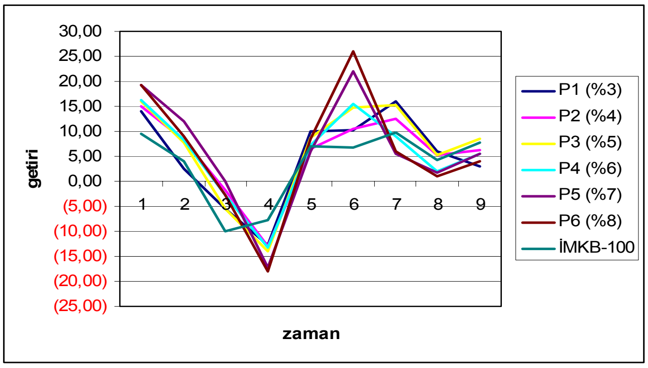
Şekil 2: *Farklı Beklenen Getiriler için MAD Modeli ile Elde Edilen Etkin Portföylerin Risk-Getiri Grafiği*

B. Portföylerin Örnek Dışı Performansları

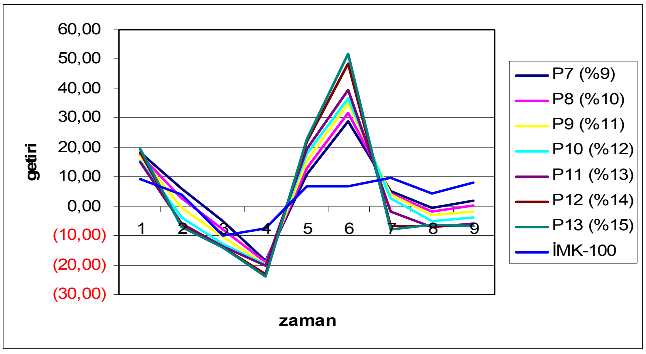
Bu bölümde, örnekte yer alan 2000-2004 yılları arasındaki veriler ile yapılan uygulama sonuçları, kestirim amaçlı kullanılacak ve portföylerin gerçek performansları değerlendirilecektir. Bu amaçla, Ocak-Eylül 2005 dönemindeki aylık getiriler, örnek dışı veri olarak ele alınmış ve bu veriler portföylerin piyasaya göre performansını değerlendirmek amacıyla kullanılmıştır. Yatırımcının 2004 yılı aralık ayı sonunda elindeki parayı MAD modeli ile elde edilen etkin portföylere yatırdığı ve bu portföyleri, 9 ay boyunca elinde tuttuğu varsayılacaktır.

Piyasa koşullarına göre portföylerin durumunu görsel olarak ifade etmek için portföylerin ve İMKB-100 endeksinin getiri ve riskleri aşağıdaki grafiklerde verilmiştir. Pi (i=1,2,…,13) parantez içinde belirtilen hedef getiri için elde edilen etkin portföyleri göstermektedir.

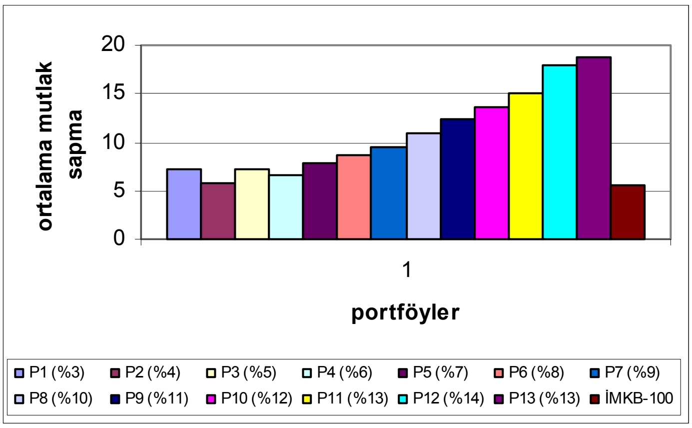
Tablo 4: *MAD Modeli ile Elde Edilen Etkin Portföylerin ve İMKB-100 Endeksinin Getiriler Grafiği*



Tablo 4 (devam): *MAD Modeli ile Elde Edilen Etkin Portföylerin ve İMKB-100 Endeksinin Getiriler Grafiği*



Tablo 5: *MAD Modeli ile Elde Edilen Etkin Portföylerin ve İMKB-100 Endeksinin Ortalama Mutlak Sapma Grafiği*



Tablo 4 incelendiğinde, MAD Modeli ile elde edilen portföylerin, İMKB-100 endeksine göre zaman zaman daha fazla getiri getirebilmesine rağmen, ortalama mutlak sapmaları gösteren Tablo 5'den portföylerin ortalama mutlak sapmalarının bütün hedeflenen getiriler için İMKB-100 endeksinin ortalama mutlak sapmasından daha büyük olduğu görülebilir. Portföyler ve endeks arasındaki karşılaştırmayı daha sağlıklı yapabilmek için Sharpe Endeksi kullanılacaktır.

Sharpe Endeksi, portföylerin performanslarını ölçmekte kullanılan tek parametreli risk/getiri ölçütlerinden en çok bilinenidir ve örnek tahmini

$$\hat{S}_p = \left(\overline{r}_P - \overline{r}_F\right) / \sigma_{r_p}$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\overline{r}_p$; belirli zaman periyodunda portföyün ortalama getirisi, $\overline{r}_F$; belirli zaman periyodunda ortalama risksiz faiz oranı (hazine bonosunun faiz oranı olarak kabul edilir), σ_{r_p}; belirli zaman periyodunda portföy getirisinin standart sapmasıdır. Portföyün başarısı, portföyün Sharpe Endeks değeri ile pazarın Sharpe Endeks değeri karşılaştırılarak yorumlanır. Portföyün, pazardan daha yüksek Sharpe Endeks değerine sahip olması, pazardan daha iyi performans sergilediğini, daha düşük Sharpe Endeks değerine sahip olması, pazardan daha kötü performans sergilediğini gösterir (Haugen, 2001: 280).

9 ay sonunda elde ettiği gerçek kazancın piyasa koşullarına göre değerlendirmesini yapmak için her bir hedef getiri için portföylerin Sharpe Endeksleri hesaplanmış ve Tablo 6' daki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 6: *Portföylerin Farklı Hedef Getirileri için Sharpe Endeks Değerleri*

ρ (%)	Sharpe Endeks Değeri	ρ (%)	Sharpe Endeks Değeri
3	0.346	10	0.201
4	0.461	11	0.146
5	0.468	12	0.081
6	0.401	13	0.027
7	0.391	14	0.054
8	0.339	14,3	0.065
9	0.265		

Karşılaştırma yapabilmek için Sharpe Endeksi, İMKB-100 fiyat endeksi için de hesaplanmış ve değeri 0.26 olarak bulunmuş, risksiz faiz oranı olarak 25.01.2005 ihale tarihli hazine bonosunun ortalama faiz oranı (%1.605) alınmıştır. Tablo 4'teki sonuçlara göre % 10 dan küçük ρ değerleri için, yani yatırımcı %9 ve daha az getiri hedeflediğinde MAD modeli ile kurulan portföyler, piyasaya oranla daha üstün performans sergilemektedirler. %9 den daha fazla hedef getiriler için durum tam tersidir.

IV. Sonuç

Markowitz'in portföy yönetimi anlayışında köklü değişiklikler yaratan Ortalama-Varyans Modeli risk-getiri değişimi çerçevesinde varlıkların birbirleriyle ilişkisini ortaya koyan, dolayısıyla çeşitlendirme ve portföyün tümünün değerlendirilmesi gündeme getiren ve günümüzde halen kullanılabilirliği olan bir karesel programlama modelidir. Bu modelin büyük boyutlu portföyler için kullanımındaki zorlukları aşmak için zaman içinde önerilen bir çok modelden biri de Konno ve Yamazaki tarafından önerilen MAD Modelidir. MAD Modeli, riskin varyans yerine ortalamadan mutlak sapma ile ifade edildiği bir doğrusal programlama modelidir.

Bu çalışmada, MAD modeli teorik olarak tanıtılmış ve önemli avantajlarına değinilmiştir. Gerçek veri çalışmasında, İMKB-100 endeksinde yer alan hisse senetlerinden 10 tanesinin Aralık 2000 –Aralık 2004 dönemleri arasındaki aylık getiri değerleri kullanılmış ve modelin uygulanması ile değişik hedef getiriler için portföyler elde edilmiştir. Elde edilen bu portföylere yatırım yapan bir yatırımcının, 9 ay sonrasında elde ettiği gerçek getirinin ve katlandığı riskin piyasa koşullarıyla karşılaştırılması için Sharpe endeksi kullanılmıştır. Karşılaştırma sonucunda, MAD modelinin belirli hedef getiriler için piyasaya oranla daha üstün performans gösterdiği gözlenmiştir. Ele alınan hisse senetlerinin dağılımlarının çarpık oldukları da düşünüldüğünde, MAD modeli buna rağmen iyi bir performans sergilemiştir. Ayrıca, MAD modeli çözümlemeleri bilgisayar ile yalnızca 0,9375 saniye sürmüştür.

MAD modeli, klasik portföy optimizasyonu problemine yeni bir yaklaşım getirmiş, risk ölçüsünün ortalamadan mutlak sapma ile tanımlayarak, problemi doğrusal programlama problemine dönüştürmüştür. Bu sayede model, işlem kolaylığı, zamandan tasarrufun yanı sıra dağılım varsayımı gerektirmemesi, modelin değişik kısıtlar için yeniden formüle edilebilir olması gibi bir çok avantajı beraberinde getirmektedir. MAD modelinin literatürde rastlanan tek dezavantajı, kovaryans matrisini göz ardı etmesi nedeniyle tahmin hatasına yol açabileceğidir. Modelin teorik faydaları ve uygulamadaki performansı beraber değerlendirildiğinde tercih edilebilir bir portföy optimizasyon modeli olarak karşımıza çıkmaktadır.

Kaynaklar

Haugen R.A. (2001), Modern Investment Theory, Prentice Hall, USA.

Kim J.S., Kim Y.C. ve Shin K.Y. (2005) "An Algorithm for Portfolio Optimization Problem", *Informatica,* 16 (1), ss. 93 106.

Konno H. ve Yamazaki H. (1991) "Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market", *Management Science,* 37 (5), ss. 519 531.

Konno H. ve Koshizuka T. (2005) "Mean-Absolute Deviation Model", *IIE Transactions* , 37, ss. 893 900.

Mansini R., Ogryczaki W. ve Speranza M. G. (2003) "LP Solvable Models for Portfolio Optimization: A Classification and Computational Comparison"*, IMA Journal of Management Mathematics,* 14, ss.187 220.

Özçam, M. (1997), Varlık Fiyatlama Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi*,* Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları, Ankara.

Papahristodoulou C. ve Dotzauer E. (2004) "Optimal Portfolios using Linear Programming Models", *Journal of the Opretaional Research Society,* 55, ss.1169 1177.

Rudolf M., Wolter H.J. ve Zimmermann H. (1999) "A Linear Model for Tracking Error Minimization", *Journal of Banking and Finance,* 23, ss. 85 103.

Sharpe W. F. (1967) "A Simplified Model for Portfolio Analysis", *Management Science*, 9 (2), ss.277 293.

Simaan Y.(1997) "Estimation Risk in Portfolio Selection: The Mean Variance Model Versus the Mean Absolute Deviation Model", *Management Science,* 43 (10), ss. 1437 1446.

Stone B. (1973) "A Linear Programming Formulation of the General Portfolio Selection Model" , *Journal of Financial and Quantative Analysis,*8, ss. 621 636.

Yu M., Inoue H. ve Shi J. (2006) China International Conference in Finance.

İMKB. (2006), "İMKB Şirketleri Aylık Fiyat ve Getiri Verileri", http://www.imkb.gov.tr/sirket/fiyat_getiri.htm (14.07.2006).