Matematik Öğretmen Adaylarının İntegral Kavramını Kavramsal Anlamaları Üzerine

Alper Cihan KONYALIOĞLU[1], Nilgün TORTUMLU[2]
Abdullah KAPLAN[3], Ahmet IŞIK[4], Seyfullah HIZARCI[5]

Özet

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının integral kavramında ki kavramsal boyut öğrenme düzeylerini incelemektir. Bu amaca yönelik olarak, öğretmen adaylarına, hatalı çözülmüş ve hatalı olanların nedenini sorgulayan Doğru-Yanlış tipi sorulardan oluşan bir test uygulanmıştır. Yazılı cevapların analizi, matematik öğretmen adaylarının integral kavramı ile ilgili kavramsal öğrenme boyutunda güçlük yaşadıklarını göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: *Matematik öğretmen adayı, integral, kavramsal anlama, konu alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi*

[1] Doç.Dr. Atatürk Üniversitesi K.K.Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi ABD, Erzurum
[2] Arş.Grv. Atatürk Üniversitesi K.K.Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi ABD, Erzurum
[3] Doç.Dr. Atatürk Üniversitesi K.K.Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi ABD, Erzurum
[4] Prof.Dr. Atatürk Üniversitesi K.K.Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi ABD, Erzurum
[5] Doç.Dr. Atatürk Üniversitesi K.K.Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi ABD, Erzurum

On Pre-service Mathematics Teachers' Conceptual Understanding of The Integral Concept

Abstract

The aim of this study is the assessment of education of the students with mental retardation in Rize. The research was carried out with students with mental retardation who had been through educational assessment at G.R.C. (Guidance and Research Center) and had received appropriate education in 2009-2010 academic years. Performance Determination Form for students with mental retardation prepared by Ministry of National Education General Directorate of Special Education Guidance and Counseling Services is used as data gathering instrument. In the study, the difference between the students' pre-test and post-test scores of Performance Determination Form is compared through dependent t-test. In the study, it is seen that the scores of the students from Performance Determination Form increased significantly after they received education in rehabilitation centre and they received integrated education beside the education in rehabilitation centre. Furthermore, it is apparent that the scores of the students who had experienced separated education (special class and separate school) beside education in rehabilitation centre increased significantly. Students' pre-test and post-test scores taken in respect to disability levels (mild, moderate, severe) and gender were compared through dependent t-test. As a result, it is concluded that the scores of students who are in each level of disability and the scores of male and female students increased significantly.

Keywords: Rehabilitation Center, Integrated Education, Separated Environment, Guidance and Research Center (G.R.C.)

1.GİRİŞ

Matematik; bireylerin objektif, sistemli ve mantıklı düşünerek hareket etmesini sağlayan, doğruluğu kesin ve akıl yürütmeyi ön plana çıkaran soyut bir bilimdir. Tanımlı-tanımsız kavramları, teoremleri, aksiyomları… içerisinde barındıran matematiğin en çekici kısmı dil ve mantıktan başka hiçbir bilme ihtiyaç duymaması(Ocak,2000) ve kabuller üzerine kurulan bu sistemin şu anki fiziksel dünya ile uyumu ve teknolojide uygulanmasıdır(Konyalıoğlu,2008).

Matematiğin kesin bir tanımını vermek, matematik şudur demek mümkün görünmemekle birlikte bireylerin matematiği algılama biçimlerine göre çok sayıda ve çeşitlilikte tanımlara rastlamak mümkündür. Matematiğin ve onu içeren kavramlarla bilgi yapısının net bir şekilde ortaya konulamamış olması, matematik öğretiminin önündeki başlıca engellerden biri olarak düşünülebilir. Yıllardır yapılan matematik eğitimi çalışmaları, matematik öğretimi ve öğrenimi ile ilgili epistemolojik, pedagojik ve psikolojik temelli çalışmalarla bu sorunu aşmaya çalışmaktadırlar. Matematikteki genel bilgi içeriğinin en göze çarpan, en genel ve somut kısmı işlemsel ve kavramsal bilgidir.

İşlemsel ve Kavramsal Bilgi

İşlemler, kavramlar ve bunlar arasındaki ilişkiler ağından oluşan matematiğin (Konyalıoğlu, 2003) yapısına uygun bir öğretim, öğrencinin matematikle ilgili kavramları anlaması, matematikle ilgili işlemleri anlaması ve kavramlar ile işlemler arasındaki bağları kurması amaçlarına yönelik olmalıdır (Van de Wella, 1989). Matematikte kalıcı ve işlevsel bir öğrenme ancak işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesiyle mümkün olabilir (Baki, 1998).

İlk defa iki farklı matematiksel bilgiden bahseden Skemp (1971), bunlardan birincisini; sembolleri tanıma, işlemleri yürütme gibi becerilerin oluşturduğu kavrama dayanmayan tamamen mekanik bir bilgi, ikincisi ise; matematiksel kavramları sembolleştirebilme, onları ilişkilendirebilme ve onlarla işlem yapabilme becerilerinin oluşturduğu kavrama dayalı bir bilgi olarak ifade etmiştir. (Baki, 1998). Skemp(1971) kavramsal bilgiyi; "ne yapacağını ve nedeni anlama kabiliyeti olarak", işlemsel bilgiyi de; "kuralları nedenlerini anlamaksızın kullanma yeteneği" olarak ifade etmiştir(Baki, 1997). Hiebert and Lefevre (1986), işlemsel bilgiyi; hem matematiğin sembol dili hem de problemleri çözmek için kullanılan işlem ve kurallar bilgisi, kavramsal bilgiyi ise; bilginin özel parçalarını içeren bir ağın parçası ve bu parçalar arasındaki bağıntılar olarak tanımlamışlardır. Mccormick (1997), işlemsel bilgiyi nasıl yapacağını bilme olarak, kavramsal bilgiyi parçalar arasında ilişki kurabilme olarak tanımlarken, Baykul (1997) işlemsel bilgiyi; matematikte kullanılan semboller, kurallar ve matematik yaparken başvurulan işlemlerin bilgisi, kavramsal bilgiyi ise; matematiksel kavramların kendilerini ve bunlar arasındaki ilişkiler olarak tanımlamıştır.

Hem işlemsel bilgi hem de kavramsal bilgi matematikte başarılı olmak için son derece önemlidir (Hiebert and Carpenter, 1992). İşlemsel bilgi ile kavramsal bilgi birbirine bağımlı ve birbirini tamamlayan iki bilgi türüdür (Baki, 1998). Kuralın nedenleri niçinleri açıklanmadığı veya anlaşılmadığı sürece bu ezbere dayanan kuru bir işlem bilgisi kapsamına girerken, bu kuralın nedenleri niçinleri öğrenildiği zaman kavramsal öğrenme gerçekleşecektir. Bu nedenle kavramsal bilgi işlemsel bilgiler içerir (Baki ve Kartal, 2004). Öğrencilerin kavramsal anlamaları (conceptual understanding); hangi aşamada, neyi, neden yaptıklarının farkında olmaları şeklinde tanımlanmaktadır, işlemsel anlama (procedural understanding) ise kuralların sebepler olmadan uygulanmasıdır (Kula vd, 2007).

Matematik eğitiminde işlemsel bir öğrenme olduğu (Baki, 1998; İşleyen ve Işık, 2003) ve matematik derslerinin kavramsal ağırlıklı işlenmediği gibi işlemlerinde öğrenilmek yerine ezberlenmekte (Ardahan, 2002) olduğu yapılan araştırmalarla tespit edilmiştir. Doğal olarak, işlemlerin temelindeki kavramsal bilgiden yoksun ya da bu bilgilerin çok azına sahip olarak matematiksel işlemleri kullanan öğrencileri bulmak şaşırtıcı değildir (Schoenfeld, 1985; Hiebert and Lefevre, 1986). Hatta öğrencilerin bir kısmı, kullandıkları işlemlerin temelinde kavramların olduğunun farkında değildi. Dolayısıyla matematikte bir mananın olduğunun farkına varamayan öğrenciler için matematik yapma, anlamsız semboller üzerinde işlemler yapmaktan öteye gidememekte ve öğrenciler matematiği ezberleyerek öğrenmeye çalışmaktadırlar(Oaks, 1990). Kavramsal anlama yada öğrenmenin gerçekleşmemesi beraberinde kavram yanılgılarını, hataları ve öğrenme güçlüklerini getirmekte bu ise bilişsel ve duyuşsal alanda olumsuzluklar doğurmaktadır. Halbuki matematik öğretimi, sadece işlem bilgisi düzeyinde kalmamalı, kavramsal anlama seviyesine çıkmalıdır (NCTM, 2000).

Dünyada ve nihayetinde ülkemizde matematikte kavramsal anlamayı hedefleyen matematik öğretim programları geliştirilmeye çalışılmış ve çalışılmaktadır. İlk ve ortaöğretimde matematiğin kavramsal anlamasının gerçekleştirilebilmesi, öncelikle bu seviyedeki öğrencileri yetiştirecek olan öğretmenlerin bu paralelde yetiştirilmesinde geçer. Kavramların etkin bir şekilde öğretebilme ve öğrencilerde kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirebilmenin gerek şartlarından biri öğretmenlerin yeterli kavramsal bilgiye sahip olmasıdır.

İntegral

Analizin temel kavramları olan limit, türev ve integral, her ne kadar işlemsel boyutta, formül ve kural ezberlenmesi gereken kavramlar olarak görülse de, içlerinde barındırdıkları kavramsal yapı onları matematiksel düşünce gelişiminin vazgeçilmezlerinden yapmakta ve fiziksel dünyaya olan uygulamaları onları matematikteki diğer kavramlardan biraz daha farklı yere koymaktadır. Analizin limit ve türev ile birlikte diğer önemli kavramlarından biri olan integral kavramı, öğrencilerin anlamakta zorlandıkları bir kavramdır(Tall and Vinner, 1981; Orton 1983; Tall, 1993; Rasslan and Tall, 2002).

Bu çalışmada geleceğin matematik öğretmenleri olacak olan matematik öğretmen adaylarının integral kavramı ile ilgili kavramsal bilgi düzeyindeki öğrenmelerinin ne derece gerçekleştiği araştırılmıştır.

2. YÖNTEM

Çalışma geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle ortaya koymayı amaçladığından betimsel bir çalışmadır.

Çalışma 15 i bayan ve 26 sı bay toplam 41 matematik öğretmen adayı ile yapılmıştır. Araştırmada, öğretmen adaylarının integral konusundaki kavramsal bilgi düzeyleri, bu konu ile ilgili Doğru-Yanlış (D-Y) ve bunların sebebini sorgulayan soruları içeren, yanlış çözülmüş soruları içeren bir test yardımıyla yapılmıştır. Test soruları hazırlanırken Konyalıoğlu *vd.* (2010), Rasslan and Tall (2002), Eisenberg and Dreyfus (1991) ve Tall and Vinner (1981) den yararlanılmıştır. Çalışma soruları ekte verilmiştir.

Matematik öğretmen adaylarına uygulanan test verileri, D-Y tipi sorular için ifadenin doğru yada yanlışlığını tespit ve bunun sebebini doğru-yanlış açıklama ve cevapsız-boş biçiminde sınıflandırılmıştır. Daha sonra öğretmen adaylarının cevaplarından elde edilen verilerin frekansı hesaplanmış ve sebep ifadeleri analiz edilmiştir. Çalışmada kullanılan sorular aşağıdadır.

3. BULGULAR

Yazılı cevaplarının analizleri, yukarıdaki çalışma soruları sınırlılığında, öğretmen adaylarının çoğunun integral kavramını kavramsal anlama boyutunda güçlük çektiklerini göstermiştir.

Öğretmen adaylarının yukarıdaki sorulara sebep açıklamaksızın, sadece sorudaki ifadenin doğru ya da yanlış olma durumunu belirttikleri cevapların frekans tablosu tablo 1 de verilmiştir.

Tablo 1. *Sebebi Açıklanmaksızın Verilen Doğru-Yanlış Cevap Frekansları*

Sorular	Doğru Tespit	Yanlış Tespit	Cevapsız	Toplam
1	15	22	4	41
2	5	29	7	41
3	5	27	9	41
4	27	2	12	41
5	34	5	2	41

Tablo 1 incelendiğin de ilk üç soru hariç diğer sorularda doğru cevap veren öğrenci sayısı yanlış cevap verenlerden çok daha fazladır. Bu 4. ve 5. sorulara dikkat edilirse, bu soruların belli kurallar ezberlenerek çözülebileceği sorular olduğu görülür. Bu bakımdan bu sorular işlemsel bilgi ağırlıklıdır. Diğer sorular ise işlemin yanında belli kavram bilgisi ve düşünce gerektiren sorulardır.

Analizin temel teoremlerinden birinin kullanıldığı 1.soruyla ilgili öğretmen adaylarının cevap sebeplerinden bazıları şunlardır:

Aday 1:

Alt sınır a'dır $F'(x) = f(x) = f(a)$ olmalıdır

Aday 2:

Belirsiz integral olsa doğru olurdu

2.soruyla ilgili olarak öğretmen adaylarının çoğunluğu bu işlemin doğru olduğunu belirtmiş, bir kaçı 0 tanımsız noktasını dikkate alarak çözüm yapılması, integralin buna göre parçalanması gereğini ifade etmiştir.

3.soruyla ilgili öğretmen adaylarının cevap sebeplerinden bazıları şunlardır:

Aday 3:

$$\int_1^e \frac{x-1}{x^2-x}\,dx = \int_1^e \left(\frac{A}{x}+\frac{B}{(x-1)}\right)dx = \int_1^e \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|\Big|_1^e$$

$$= \ln e - \ln 1 = \underline{1}$$

Yolu ile daha doğru çıkarlar.

4.soruyla ilgili öğretmen adaylarının cevap sebeplerinden bazıları şunlardır:

Aday 4:

$A'x = A+Bx$

$x(A+B) = A$

$A = 2x$ gerçek sonuç olmalı

5.soruda adayların çoğu doğru cevabı vermiştir. 5.soruyla ilgili öğretmen adaylarının cevap sebeplerinden bazıları şunlardır:

Aday 5:

Basit kesirlere ayırmadan sonra alınan integral yanlış

$\int \frac{-2t}{1+t^2} dt$ 'nin int. yanlış.

Yine bu soruda sınır değeri olan 1 de fonksiyonun tanımsız ve nihayetinde bu integralin alınamayacağını belirten aday sayısı çok azdır. Genelde öğretmen adayları Aday 3 ile aynı düşüncededir.

Bu sorular için kullanılan sebep ifadelerinin analizleri, kavramın içselleştirilmediğinin ve kavramsal öğrenmenin tam olarak gerçekleştirilemediğinin bir göstergesi olarak düşünülebilir.

4. SONUÇ

Son yıllarda kavramsal anlamayı ön plana çıkaran ve bunu hedef olarak gören matematik öğretim programlarının işlevselliğini etkileyecek etmenlerden biri, bu programın müfredatta işlenişini gerçekleştirecek olan matematik öğretmenlerinin kendilerini kavramsal bilgi olarak yeter duruma getirmelerine bağlıdır. Çalışma verileri, matematik öğretmen adaylarının integral konusunda kavramsal anlama boyutunda güçlük yaşadıklarını ortaya koymuştur. Geleceğin matematik öğretmenleri olacak olan adayların, iyi bir öğretim gerçekleştirmek için matematikteki kavramları ve işlemleri gerek kavramsal anlama boyutunda anlamlı öğrenmelidirler. Kendilerini kavramsal bilgi boyutunda yeter derecede hazırlayamayan öğretmen adaylarının, öğretmen olduklarında öğretim programının öngördüğü kavramsal anlamayı ne derece gerçekleştirebilecekleri tartışılır. Dolayısıyla bundan sorumlu herkes zaman geçmeden üzerine düşenin gereğini yapmalıdır. Buradaki tek sorumlunun öğretmen adayları olarak görülmemesi gerekir.

5. KAYNAKLAR

Ardahan, H. (2002). İlköğretimde materyal destekli kesir ve ondalık kesirlerin materyal tabanlı öğretimi. Matematik Sempozyumu ve Sergileri, 5-8 Haziran, Ankara.

Baki, A. (1997). Educating mathematics teachers. *Medical Journal of Islamic Academy of Sciences*, 10 (3).

Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi, Atatürk Ün., 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu. 250-258, 20-22 Mayıs, Erzurum.

Baki, A. ve Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.

Baykul, Y.(1997). *İlköğretimde matematik öğretimi* (2.Baskı), Elit Yay. 5-30, Ankara.

Eisenberg, T. & Dreyfus, T. (1991). On the reluctanceto visualize in mathematics. In W.Zimmermann and S.Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics*. 25-37, Washington DC:MAA.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, 1-27.

Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Macmillan Publ. Comp. 65-97, New York.

İşleyen, T. & Işık, A., (2003). Conceptual learning in mathematics education. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*. 7(2), 91-99.

Konyalıoğlu, A.C. (2003). Investıgatıon of Effectıveness of Vısualızatıon Approach on Understandıng of Concepts in Vector Spaces at the Unıversıty Level. Unpublished Doctoral Dissertion. Atatürk University Graduate School of Natural and Applied Sciences, Department of Mathematics Education, Erzurum, Türkiye.

Konyalıoğlu, A.C.(2008). *Matematik özel öğretim yöntemleri ders notları* (Basılmamış), Erzurum.

Konyalıoğlu, A.C., Aksu, Z., Şenel, E.Ö. ve Tortumlu, N. (2010). "Matematik öğretmen adaylarının matematik soru çözümlerinde yapılan hataların nedenlerini sorgulama becerilerinin incelenmesi". *II. Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Sorunları Sempozyumu*. Hacettepe Üniversitesi, Mayıs 2010, Ankara.

Kula, F., Tat, E.T., Bulut, S. ve Çetinkaya,B.(2007). Matematik Öğretmen Adaylarının Türevin Geometrik Yorumu ile İlgili Bilgileri. XVI. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Eylül 2007, Tokat

Mccormick, R.(1997). Conceptual and procedural knowledge. *International Journal of Technology and Design Education*. 7, 141-159.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Oaks, A.B. (1990). Writing to learn mathematics: Why do we need it and how can it help us? Associations of Mathematics Teachers of New York States Conference, November 1990, Ellenvile.

Ocak, R.(2000). *Matematik öğretimi ders notları*(Basılmamış), Erzurum.

Orton, A.(1983). Students' understanding of integration. *Educational Studies in Mathematics*. 14, 1-18.

Rasslan, S. & Tall, D. (2002). "Definitions and images for the definite integral concept". In Anne D. Cockburn and Elena Nardi (Eds), Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, 89–96. Norwich, UK.

Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Pres, New York.

Tall, D. O. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limit and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

Tall, D.O. (1993). "Students' difficulties in calculus". Plenary Address, Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus, ICME-7, Québec, Canada, 13– 28.

Van de Wella, J.E. (1989). *Elemantary School Mathemathics*. Virginia Commonwealth University. 7-9.

EK

Sorular

1.( ) $F(x)=\int_a^x f(t)dt$ **ise** $F^{/}(x)=f(x)$ dir.

2.( ) $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{x^2}=\int_{-1}^{1}x^{-2}dx=\frac{x^{-1}}{-1}\Big|_{-1}^{1}=\frac{-1}{x}\Big|_{-1}^{1}=\frac{-1}{1}-\frac{-1}{-1}=-2$

3.( ) $\int_1^e \frac{x-1}{x^2-x}dx=\int_1^e \frac{(x-1)}{x(x-1)}dx=\int_1^e \frac{1}{x}dx=l\,\mathrm{n}(x)\Big|_1^e=l\,\mathrm{n}\,e-l\,\mathrm{n}\,1=1$

4.( ) $\int \frac{x^2+4x+2}{x^2+x}dx=?$

$$\frac{x^2+4x+2}{x^2+x}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}\Rightarrow A=2\,ve\,B=2$$

$$\int \frac{x^2+4x+2}{x^2+x}dx=\int \frac{2}{x}dx+\int \frac{2}{x+1}dx$$

$$\int \frac{x^2+4x+2}{x^2+x}dx=2\ln|x|+2\ln|x+1|+c$$

5.( ) $\int \frac{1+\cos x}{\sin x}dx=?$ $\quad t=\tan\frac{x}{2}$ dönüşümü yapılırsa;

$\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$, $\sin x=\frac{2t}{1+t^2}$ ve $dx=\frac{2}{1+t^2}dt$ olur. Buradan,

$$\int \frac{1+\cos x}{\sin x}dx=\int \frac{1+(\frac{1-t^2}{1+t^2})}{(\frac{2t}{1+t^2})}\cdot\frac{2}{1+t^2}dt$$
$$=\int \frac{2}{t(1+t^2)}dt$$

Basit kesirlere ayırma yöntemi kullanılırsa,

$$\frac{2}{t(1+t^2)}=\frac{A}{t}+\frac{Bt+C}{1+t^2}\Rightarrow A=2\,,B=-2\,ve\,C=0$$

$$\int \frac{2}{t(1+t^2)}=\int (\frac{2}{t}+\frac{-2t}{1+t^2})dt$$
$$=2\ln|t|-\ln\left|1+t^2\right|+c$$
$$=2\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|-\ln\left|1+\tan^2\frac{x}{2}\right|+c$$

Not: 2008 yılı Mart ayında aramızdan ayrılan
sayın ***Prof.Dr.Rahim OCAK*** hocamızı
saygı ve rahmetle anıyoruz