

RBC+C Modeline Göre Doğrunun Denklemi Kavramının Soyutlanması Üzerine Bir Çalışma: Özel Bir Durum Çalışması

Dilek Sezgin Memnun¹, Murat Altun²

Özet

Bu çalışmada, matematik eğitiminde başarılı oldukları bilinen iki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemi soyutlama süreci *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* bilişsel eylemleri üzerinden incelemelerin yapıldığı RBC+C soyutlama modeli kullanılarak araştırılmıştır. Bu araştırma için öncelikle bilişsel eylemlerin fark edilmesine imkân verebilecek tarzda araştırma ve uygulama problemleri hazırlanmıştır. Daha sonra problemler öğrencilere çözdürülmüştür. Çalışmanın verileri katılımcı gözlem tekniği ile elde edilmiştir. RBC+C soyutlama modeli ile yapılan incelemeler sonucunda, iki öğrencinin de doğru denkleminin edinimi için gerekli ön bilgileri tanıyıp kullanabildikleri, *doğru denklemi oluşturdıkları* gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Soyutlama, RBC+C Soyutlama Modeli, Doğru Denklemi, Grafik Bilgisi, Tablo Oluşturma Becerisi, Denklem Bilgisi.*

Abstract

The abstraction process of the linear equation of two sixth class students, who are known to be successful in the mathematics education, has been researched by using RBC+C abstraction model, where investigations are performed over cognition activities of *recognising, building-with, constructing* and *consolidation*. Research problems have been prepared for this research in form, which would primarily allow distinguishing these cognitive activities. After that, problems are solved by students. The data is obtained by participant observing method. It has been understood as a consequence of the study, which has been performed with the use of the RBC+C abstraction model that both of the students have *constructed the linear equation* of themselves.

Key Words: *Abstraction, RBC+C Abstraction Theory, Linear Equation, Graphics Information, The Ability For Create Table, Equation Information.*

GİRİŞ

Öğrenme kuramlarında bilişsel süreçlerle ilgili gelişmeleri temel alan ciddi değişiklikler yapılmış olmakla birlikte, iyi bir öğrenmenin ne olduğu ve buna uygun öğrenme ortamının nasıl hazırlanabileceği hususundaki bilgi hala kesinlik kazanmamıştır (Schoenfeld, 1988). Değişik öğrenme kuramları geliştirilmiş, çeşitli öğretim yöntem ve teknikleri denenmeye devam etmektedir (von Glasersfeld, 2007). Fakat artık öğrenme kuramlarında meydana gelen bu değişikliklerin doğrultusunda, son zamanlarda yapılan çalışmalarda öğrenmenin ne düzeyde gerçekleştiğinin incelenmesinden daha ziyade öğrenmenin nasıl gerçekleştiğinin incelenmesinin önem kazandığı görülmektedir. Bireyin bilgiyi nasıl yapılandırdığı, yapılandırma sürecinde nelerin etkili olduğu, ne tür koşulların öğrenmenin niteliğini arttırabileceği *öğrenme, öğretim, bilgi oluşturma, soyutlama, soyutlama süreci* gibi hususlar, öğrenme alanının önemli araştırma konuları haline gelmiştir. Matematiğin bir soyutlama bilimi olması ve matematik kavramının büyük çoğunluğunun soyutlama sonucu elde edilmeleri de, matematik eğitiminde soyutlamayı içeren bilgi oluşturma sürecini anlamayı ayrıca önemli kılmaktadır. Bu nedenle, bu bilgi son zamanlarda matematik eğitimi alanında da araştırılan ve tartışılan bir bilgi olmuştur.

Soyutlamanın karmaşık yapısından dolayı araştırmacılar tek bir anlamı üzerinde fikir birliğine varamamışlardır. Bununla birlikte, soyutlama araştırmacılar tarafından bilişsel ve sosyokültürel olmak üzere iki farklı bakış açısıyla yorumlanmış ve halen de yorumlanmaktadır (Hassan ve Mitchelmore, 2006). Soyutlamanın başlıca iki şekli olarak *deneyssel* ve *diyalektik* soyutlamadan söz edilmektedir. Bunlar soyutlama sürecinin farklı

¹ Dr, Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, dilekmemnun@gmail.com

² Prof. Dr., Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, maltun@uludag.edu.tr

açılardan incelenmesi sonucunda yapılan tanımlamalar olup, birbirlerinin alternatifi değildirler. Bununla birlikte, soyutlamanın diyalektik açıklamasında deneysel soyutlamadaki somuttan soyuta doğru bir ilerleyiş yerine, soyuttan daha soyuta doğru bir ilerleyiş vardır. Alan araştırmacıları bu iki açıklamadan herhangi birine diğerine göre daha fazla ağırlık verebilmektedirler.

Somuttan soyuta geçiş süreci olarak düşünülebilecek olan soyutlamayı anlamlandırmayı amaçlayan modeller incelendiğinde; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya atılan ve *diyalektik* soyutlamayı ele alan RBC+C (Recognizing - Building with- Constructing – Consolidation) soyutlama modelinin oldukça yeni olmasına rağmen birçok araştırmacı tarafından benimsenen ve soyutlama sürecini açıklamada kullanılan bir model olduğu görülmüştür (Örneğin; Bikner-Ahsbahs, 2004; Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a ve 2001b; Dreyfus ve Tsamir, 2004; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz, 2007; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Hershkowitz, 2004; Özmantar, 2004, 2005a ve 2005b; Özmantar ve Monaghan, 2007; Özmantar ve Roper, 2004; Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004; Schwarz, Hershkowitz ve Azmon, 2006; Yeşildere, 2006; Yeşildere ve Türnüklü, 2008a, 2008b ve 2008c). Üstelik bu konuda yapılan araştırmalar, bu modelin uygun modifikasyonlar yapılarak birçok farklı konuya uygulanabileceğini de göstermiştir (Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson ve Zaslavsky, 2006). Bununla birlikte, bu modelde matematiksel yapıların ortaya çıkışı, bağlantılı problemlerin yer aldığı uygulamalar dizisi içinde bu yeni yapıların pekiştirilmesi, bireylerin tek başına çalışma veya grup çalışması yapabileceği ortamı içeren farklı işbirlikli ve bireysel sosyal ortamlarda öğrenme göz önüne alınmaktadır. Fakat aynı zamanda tek başına öğrenme, soyutlama sürecini destekleyen teknolojik aletler gibi soyutlama sürecinin birçok yönü de dikkate alınmaktadır. Soyutlamanın karmaşık süreçlerinin bu bağlamsal faktörleri göz önünde bulundurarak iyi irdelenmiş bir analizini yapmak için araçlar sağlanmaktadır (Dreyfus, 2007). Ayrıca, bu model bireylerin bilgiyi öğrenme süreçlerinin analizine imkân vermekte ve sürecin analizini oldukça kolaylaştırmaktadır. Bu durum ise, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin bu model aracılığıyla analizinin geçerli ve etkili olacağını göstermektedir. Bu araştırmada, bireylerin öğrenmede zorlandıkları düşünülen ve ağırlıklı olarak RBC+C soyutlama modelinin doğasına da uyan yani soyuttan daha soyuta bir ilerleyiş gerektiren bir matematik konusunun öğreniminin bilgi oluşumu / soyutlama süreci incelenecektir. Yani, bireylerin sosyal hayatın matematikleştirilmesi ile ilgili farklı matematik öğretim uygulamaları esnasındaki *bilgi oluşumunun* yani *soyutlamanın* niteliğinin bilişsel eylemler üzerinden incelenmesine fırsat veren RBC+C Modeli üzerinden değerlendirilmesine yer verilecektir.

RBC+C Soyutlama Modeli

Bu model, matematiksel soyutlama süreçlerinin analiz edilmesi amacıyla Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından *RBC (Recognizing - Building with-Constructing) Soyutlama Modeli* olarak ortaya atılan bir soyutlama modelidir. Bunun üzerine, RBC soyutlama modeli aracılığı ile soyutlama süreçleri ve soyutlamanın bilginin kalıcı hale gelmesi koşullarını inceleyen ve açıklayan araştırmalar (Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2006; Dreyfus ve Tsamir, 2004; Monaghan ve Özmantar, 2004 ve 2006; Tabach ve Hershkowitz, 2002) yapılmıştır. Bu araştırmaların ardından, Dreyfus (2007) tarafından bu soyutlama sürecine *pekiştirme* (consolidation) bilişsel eyleminin de eklenmesiyle, *RBC+C soyutlama modeli* şeklindeki son halini almıştır.

Bu soyutlama modelinde, soyutlama sosyokültürel bakış açısı ile değerlendirilmektedir. Araştırmacılar, soyutlama sürecinin soyut düşünceden hareketle meydana geldiğini fakat bilimsel kavramlar için deneysel düşünmenin soyut bilginin oluşmasına neden olmadığını (bilginin bütün bir sistemden oluşması nedeniyle) ve bu nedenle de bilimsel kavramların soyutlanması sürecinde diyalektik mantığın gerekli olduğunu

açıklamışlardır. Davydov (1990)'un bilgi oluşturma felsefesine dayanarak ve Leont'ev in aktivite teorisinden yola çıkarak, matematiksel soyutlama sürecinin gelişiminde fiziksel, sembolik ve semiyotik araçların matematiksel bilginin oluşumuna olan etkilerini de özellikle vurgulamışlardır. Bu araştırmacılar, yaptıkları araştırmalarda, soyutlama sürecinde uygulamalara katılanların geçmiş yaşantılarının, uygulamanın gerçekleşmiş olduğu sosyokültürel ve fiziksel koşulların gelişim sürecini etkilediğini ve çoğu zamanda belirlediğini yaptıkları çalışmalarda örneklerle açıklamaya çalışmışlardır (Dreyfus, 2007; Özmantar ve Monaghan, 2007; Yeşildere, 2006: 27).

Soyutlama için diyalektik yaklaşımı benimseyen bu araştırmacılar, kendi deneyimlerini somut ve soyut arasında diyalektik bir bağlantı olarak ele alan (Özmantar, 2004) Davydov'un kuramı ile birleştirerek soyutlamayı "*önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden organizasyonu aktivitesi*" şeklinde tanımlamışlardır (Dreyfus, 2007; Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a ve 2001b; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001;). Yani, bu araştırmacılara göre soyutlamanın gerçekleşmesi için yeni bir matematiksel yapıya ulaşmak için eski yapıların yeniden düzenlenmesi, bunlar arasında bağlantı ve ilişki kurulması, bunların tek bir matematiksel düşünce süreci içinde birleştirilmesi gerekmektedir (Dreyfus, 2007).

Bilişsel yapıların oluşumunu gözlemek zordur çünkü bu yapıların oluşumu çok sıklıkla gerçekleşmemektedir ve bunların gözlemleneceği deneyleri tasarlamak da oldukça zordur. Bu soyutlama modeli de, bu problemi bilginin kazanımı ile ilgili bilişsel eylemlerin genel sınıfa üye gözlemlenebilir eylemleri kullanılabilir hale getirerek incelemektedir (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Yani bu modelde, soyutlama sürecini öğrencilerin sözlü ifadeleri ya da fiziksel eylemleri vasıtasıyla gözlemlenebilen zihinsel eylemleri olan *bilişsel eylemler* üzerinden çalışılmaktadır. Öğrencilerin düşüncelerinin eylemlere dayanılarak tanımlandığı bu modelde, soyutlamanın *nasıl gözlenebileceği* sorusuna karşılık olarak, bilişsel eylemlerin *gözlenebileceği* (Dreyfus ve Tsamir, 2004 ve Dreyfus, 2007) düşüncesi ile ortaya atılan dört farklı *gözlenebilir bilişsel eylem* [*tanıma* - recognizing, *kullanma* - building with, *oluşturma* - constructing ve *pekiştirme* -consolidation] üzerinden bilgi oluşturmaya yani soyutlama sürecinin incelenmesine fırsat verilmektedir. Bu dört eylem de bilişsel yani epistemik eylemlerdir (Dreyfus ve Tsamir, 2004; Dreyfus, 2007; Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001). Ayrıca, bu modelde yer alan bilişsel eylemler belirli yollarla birbiri içinde meydana gelmektedir. Bu yollar, yapıların birbirine paralel bir şekilde ilerleyebilmesi, dallara ayrılabilmesi, birleşebilmesi ya da farklı şekillerde birbirini etkileyebilmesi ve ilerleyen yapılar süresince bir dizi faaliyet içinde öğrencilerin bu yeni yapıları pekiştirebilmesi şeklinde olabilir. Yani, bu eylemler bazen sıralı eylemler halinde olabilecekleri gibi, bazen biri diğerinin tamamlayıcısı olabilmektedirler (Dreyfus, 2007). Başka birçok araştırmacı tarafından da, bilişsel eylemlerin birbirleriyle iç içe geçmiş, birbirleri içinde yuvalanmış olan bu yapısı rapor edilmiştir (Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2006; Özmantar, 2004; Yeşildere ve Türnüklü, 2008a, 2008b ve 2008c).

Dört farklı bilişsel eylemi ifade eden sözcüklerin baş harflerinin bir araya getirilmesi sonucunda elde edilen RBC+C soyutlama modelinde, süreci incelemede yer alan bilişsel eylemlerden *tanıma*, bireyin önceden kazanmış olduğu formal veya informal bilgilerle, öğrenme ortamındaki matematiksel unsurlara anlam yüklemesi demektir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bu bağlamda, *tanıma* üzerinde çalışılan konu ile ilgili olarak çalışılan daha önceki uygulamalardan aşına olunan ve karşılaşılan yapıların tanınmasını yani gerektiği zamanda kullanılabilmesini kapsamaktadır (Bikner-Ahsbahs, 2004; Hassan ve Mitchelmore, 2006). Daha önceden aşına olunan tanıdık bir matematiksel yapının karşılaşılan matematiksel bir ortamdaki aktivitede bulunduğu, çalışılan durumla bağlantılı ve ilgili olduğunun farkına varıldığı zaman gerçekleşir (Dreyfus, 2007; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Kullanma eylemi, öğrencilerin bir durumu anlama, anlamlandırma, anlatma, bir öneriyi savunma, bir varsayımda bulunma hallerinde ve bir problem çözmeyle karşı karşıya olduklarında gözlenir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001; Dreyfus, 2007). Çünkü burada öğrenciler daha önceden tanıdıkları yapılara ihtiyaç duyar ve yeni bilgi üretmeye giden yolda onlara başvururlar (Dreyfus, 2007), *kullanma* sürecinde problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için mevcut yapısal bilgisini kullanırlar (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001) ve daha önceden oluşturmuş olduğu bilgileri kullanarak amaca ulaşırlar (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Yani, *tanıma* süreci ile iç içe geçmiş olan *kullanma* eyleminin gerçekleştiği bu süreçte bilinen bilgilerin yeni içerikle birleştirilmesi sağlanmaktadır (Bikner-Ahsbabs, 2004; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bireyin *kullanma* davranışı gözlemlenmediğinde, öğretmen öğrenci ya da öğrencilerin tıkanma veya duraksama halinde vs. onları harekete geçirmek için bir ipucu verebilir (Dreyfus, 2007).

Soyutlamanın ana basamağı olan, yeniden düzenleme ve yeniden yapılanma süreçleri olarak tanınan *oluşturma* eylemi, bireyin yeni yapı üretmek için sahip olduğu bilgiyi birleştiren ve tamamlayan unsurlardan oluşur (Dreyfus, 2007; Hassan ve Mitchelmore, 2006). Tanınan yapıların kısmi değişikliğe uğratarak yeniden yapılandırılması süreci ve bunun sonucunda yeni anlamlar inşa etme yani yeni bilginin yapılanması *oluşturma* olarak ifade edilebilir (Bikner-Ahsbabs, 2004). Çünkü bireyin bilgi ve deneyimleri ile diğer bilişsel eylemleri gerçekleştirmesi olmaksızın yeni bir yapı oluşmaz. Oluşturma diğer iki bilişsel eylemin gerçekleşmesi sonucunda ortaya çıkar (Dreyfus, 2007). Bir yapının oluşturulması, genellikle birey tek başına bu matematiksel konu üzerinde yoğun olarak düşündüğünde de gerçekleşebilir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a ve 2001b).

Bireyin ifade ettiklerinin *tanıma* eylemini mi, *kullanma* eylemini mi yoksa *oluşturma* eylemini mi belirttiği farklılık gösterebilir. Aynı problem, bir öğrencinin tanıma eylemini gerçekleştirirken bir başka öğrencinin bilgiyi *oluşturma* eylemini gerçekleştirmesini sağlayabilir. Bu durum öğrencinin biyografisine, bireysel becerilerine ve kullanılan uyarıcıların öğrencinin bilgisini harekete geçirip geçirmemesine bağlıdır. Burada bahsedilen uyarıcılar; öğrencinin öğrenmesi ile yeni bilgi yapılarını oluşturması arasında köprü oluşturacak her şeydir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a). Bununla birlikte, edinilen yeni kavramların pekiştirmeye ihtiyacı bulunmaktadır ve soyutlanmış bir matematiksel nesne ancak *pekişmesi* halinde ancak yeni bir yapı olarak nitelenebilmektedir. *Pekiştirme* yapıların birbirleri ile ilişkilendirilmesi, yeni bir yapı oluştururken bu yapıların kullanılması ve üzerlerinde yoğun bir biçimde düşünülmesi halinde gerçekleşebilmektedir (Dreyfus, 2007). *Pekiştirme* eylemi, öğrencilerin iyi bildiği matematik konularını çalışırken ve aynı zamanda yeni soyutladıkları bir durumu, kavramı daha ileri bir soyutlama için kullanırken ortaya çıkabilmektedir (Dreyfus ve Tsamir, 2004).

RBC+C soyutlama sürecinin tüm bileşenleri bu eylemlerle sınırlı değildir. Birçok *bağlamsal faktör* böyle bir soyutlama sürecinin özel bir durumda gerçekleştiriliş şeklini etkiler. Bu bağlam pek çok unsura sahiptir. Bunlar; belli öğrenme hedefleri göz önünde bulundurularak oluşturulmuş bir dizi etkinliği içeren bir bağlam, muhtemelen öğrencilerin kullanımında olabilecek teknolojik araçlarla donatılmış bir ortam içeren bir öğrenme bağlamı; grup çalışması, bireysel çalışma ve tüm sınıf çalışmasına alternatif olabilecek bir sosyal bağlam olabilir (Dreyfus, 2007). Öğretim bağlamı, öğretim için tasarlanmış uygulamaların, öğrencinin deneyimleri, tarihsel ve kültürel çevre, öğrenme ortamı, öğretim araçları ile ilgili bilgi ve becerileri, sosyal çevre, öğrencinin grup içindeki konumu ve bireysel çalışma alışkanlıklarının her biri soyutlama süreci üzerinde etkisi olan faktörlerdir. Bu tartışmalar, her matematiksel kavramın soyutlama sonunda elde edileceği anlamını taşımamaktadır. Soyutlanmak suretiyle ulaşılan kısmının fazlalığına ve önemine rağmen bazı matematiksel becerilerin kazanılması, işlem algoritmalarının öğrenilmesi, hatırlanmaya ve tekrara bağlı matematiksel kazanımlardır.

RBC+C modeline uygun bağlamda soyutlama yeni bir yapı için ihtiyaç, yapının ortaya çıkışı ve yapının pekiştirilmesi olmak üzere 3 aşamalıdır (Dreyfus, 2007). Yani, bu modele göre soyutlama yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması ile başlar, yeni soyutlanmış bir varlığın oluşturulması ve yeni oluşturulan varlığın ileride tanıma ve kullanma eylemleri yoluyla sağlamaştırılmasını yani pekiştirilmesini kapsar (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilecek olan bir öğrenme denemesi esnasında, *RBC+C soyutlama modeli* kullanılarak öğrencilerin *gözlenebilir bilişsel eylemler üzerinden* bilgiyi oluşturmaları süreç içerisinde incelenecek ve teorik yapının öngördüğü müdahalelerde bulunularak öğrenme sürecinin nasıl ilerlediği araştırılacaktır.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırma kapsamında, öğrenme ortamlarında gerçekleştirilen öğretim durumlarının bilgi oluşumu açısından incelenmesi söz konusudur ve bu durum *süreci değerlendirmeyi* gerektirmektedir. Bu nedenle, araştırmada yer alacak öğrenme denemelerinin tüm matematik konularını kapsayacak şekilde düzenlenmesi imkânsızdır. Ayrıca, öncelikli amacımızda öğrencilere anlamlı matematik bilgi oluşturabilecekleri bir öğrenme ortamı tasarlamak, tasarlanan öğretimi denemek ve böylece diğer matematik konuları içinde uygun olabilecek bir model çalışma yapmaktır. Bununla birlikte, araştırmanın belli bir matematik konusu üzerinden gerçekleştirilmesine de ihtiyaç bulunmaktadır. Bu amaçla bu alanda yapılan araştırmalar incelendiğinde ise, soyutlama sürecinin analizi ile ilgili yapılan araştırmaların bir kısmının sürecin tanınması ve diğer bir kısmının ise soyutlama süreci üzerinde etkili olan faktörlerle ilgili olduğu görülmüştür.

Bu araştırmalardan soyutlama sürecinin daha iyi tanınması amacıyla Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından bir dokuzuncu sınıf öğrencisi üzerinde yapılan araştırmada, soyutlamanın problem çözme esnasında olduğu ancak her problem çözenin soyutlama yol açmadığı anlaşılmış ve bazı problemlerin sadece tanıma ve kullanma davranışlarını göstermek suretiyle çözülebildiği görülmüştür. Bununla birlikte, soyutlama süreci üzerinde etkili olan faktörlerin ortaya koyulması amacıyla Özmantar ve Monaghan (2007) tarafından yapılan araştırmada, mutlak değer fonksiyonu konu edilmiş ve soyutlama süreci üzerinde etkili faktörler açıklanmaya çalışılmıştır. Yeşildere ve Türnüklü (2008a ve 2008b) tarafından yapılan araştırmada ise, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin soyutlama süreci incelenmiş ve farklı matematiksel gücün soyutlama süreci üzerindeki etkileri incelenmiştir. Soyutlama süreci üzerinde etkili faktörlerin ortaya koyulmaya çalışıldığı Özmantar ve Monaghan (2007)'in araştırmasında grafik bilgisi kullanılmış ve Yeşildere ve Türnüklü (2008a ve 2008b)'in araştırmasında da geometri bilgisini temel alınmıştır. Bu araştırmada ele alınacak konunun belirlenmesi amacı ile sosyal hayatın matematikleştirilmesini konu edinen ve araştırmalara ilişkin yapılan incelemeler sonucunda ise, bazı araştırmalarda (Birgin, 2006; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009) Analitik Geometri'ye ilişkin doğru denklemi konusunun öğrencilerin anlamakta zorluk çektikleri ve farklı kavram yanlışlarına sahip oldukları kavramları kapsadığı anlaşılmıştır. Bazı araştırmalarda (Birgin ve Kutluca, 2006; Turanlı, Keçeli ve Türker, 2007) da, doğru denklemi ile ilgili olarak öğrencilerde karşılaşılan yanlışların fonksiyonlar, karmaşık sayılar, limit, türev ve integral gibi lise müfredatının ilerleyen konularında öğrenciler için ciddi öğrenme zorluklarını da beraberinde getirebildiği açıklanmıştır. Bu konuya ilişkin yanlış anlamaların ilerde daha büyük yanlış anlamalara yol açabileceği de belirtilmiştir. Ayrıca Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) tarafından yapılan araştırmada da, başarılı ve başarısız öğrencilerin bu konu hakkındaki davranış ve düşünme yapılarının incelenmesinin önemi vurgulanmıştır. Yapılan bu incelemelerde, Analitik Geometri konularına ilişkin olarak yapılmış olan bu araştırmaların çoğunlukla tasarlanmış öğretim denemelerinin başarıya etkisi ya da bireylerin doğru denklemi konusuna ilişkin kavram yanlışları üzerine yapılmış olan araştırmalar oldukları anlaşılmıştır

(Birgin, 2006; Birgin ve Kutluca, 2006; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Turanlı, Keçeli ve Türker, 2007). Yani, bu araştırmalar genellikle süreçten ziyade sonuca odaklanan araştırmalardır. Bu durum, Analitik Geometri'ye ilişkin konuların öğrenilmesi sürecinin araştırılmasının gerekliliğini ve önemini göstermektedir. Bu araştırmada, sosyal hayatın matematikleştirilmesi ile ilgili konulardan biri olan Analitik Geometri'ye ilişkin doğru denkleminin bilgi oluşturma/soyutlama süreci incelenecektir. Araştırma, doğru denkleminin öğreniminde öğrencilerin bilgi oluşumu için izlenecek yolları belirleme yönüyle önemlidir ve doğru denkleminin ilişkin bağlamların öğretimdeki yerinin ortaya koyulması yönüyle de yapılan diğer çalışmalardan farklılık göstermektedir. Ayrıca, yapılan bu araştırmanın Analitik Geometri kavramlarının öğrenilmesi için uygun öğrenme ortamlarının da oluşturulması konusunda yapılacak olan öğretim düzenleme çalışmalarına ve literatüre katkı sağlayabileceği de düşünülmektedir.

YÖNTEM

Bu araştırmada, Analitik Geometri'ye ilişkin doğru denklemi bilgisinin uygun öğrenme ortamlarında öğrenimi esnasındaki bilgi oluşumu süreci RBC+C soyutlama modeli aracılığı ile incelenecektir. Bilgi oluşumu süreci, $y=kx$ şeklindeki doğru denkleminin pekiştirilmesi ve $y=kx+b$ şeklindeki doğru denkleminin oluşturulması amacıyla hazırlanmış olan bir uygulama problemi üzerinden bilgi oluşumu sürecinin incelenmesi ile gerçekleştirilecektir.

Araştırma Modeli

Bu araştırmada, öğrencilerin doğru denkleminin ilişkin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesine, öğrencilerin düşünsel süreçlerine ilişkin bir genellemeye varmaktan ziyade derinlemesine ve detaylı bir biçimde incelenmesine, bu düşünsel süreçleri etkileyen ilişkiler ağının belirli bir sistematik yaklaşımla açıklanmasına yer verilecektir. Dolayısıyla, bu araştırmanın bu doğası gereği de, araştırmada az sayıda katılımcı öğrenci ile çok miktarda veri elde edilmektedir. Bu nedenle, bu araştırmada soyutlama süreci *örnek olay yöntemi* ile incelenmiştir. *Örnek olay yöntemi* evrendeki birey, aile, okul, hastane, dernek gibi belli bir ünitenin derinliğine ve genişliğine, kendisini ve çevresi ile olan ilişkilerini belirleyerek, o ünite hakkında bir yargıya varmayı amaçlayan düzenlemelerdir (Karasar, 2005: 86). Güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi içinde çalışan, olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan bir araştırma yöntemidir (Yin, 1994: 13).

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemede de, RBC+C soyutlama modeli referans alınmıştır. Sürecin diyalektik yapısı dikkate alınarak RBC+C soyutlama modelinin bilişsel eylemleri olarak bilinen *tanıma*, *kullanma*, *oluşturma* ve *pekiştirme* eylemleri *yarı yapılandırılmış görüşme* ve *gözlem* kullanılarak incelenmiştir. Bunlardan *yarı yapılandırılmış görüşme*de, katılımcı birey sorulara özgürce cevap vermek için yönlendirilmekte ve sonuçta derinlemesine bir inceleme yapılmış olmaktadır. Bu yöntemde, görüşmeyi yapan birey sorulara verilen cevapları netleştirmek için önceden görüşmenin başlıkları ile ilişkili olarak hazırladığı soruları görüşme sırasında sormakta ve gerektiğinde açıklayıcı sorulara yönlendirmektedir (Minichiello ve arkadaşları, 1990). Yani, araştırmacı önceden sormayı planladığı soruları içeren görüşme protokolü hazırlamaktadır. Buna karşın araştırmacı, görüşmenin akışına bağlı olarak değişik yan ya da alt sorularla görüşmenin akışını etkileyebilir ve kişinin yanıtlarını açmasını sağlayabilir (Türnüklü, 2000). Bu yöntem ne tam yapılandırılmış görüşme kadar katı, ne de yapılandırılmamış görüşme kadar esnek. Bu iki uç arasında yer almaktadır (Karasar, 2005). Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilecek görüşmelerde, öğrencilere ne tür soruların ne şekilde sorulacağı ve hangi verilerin toplanacağı belirlenmiştir yani yapılandırılmış sorular yönlendirilecektir. Bununla birlikte, araştırmada,

görüşmeyi gerçekleştiren araştırmacı yarı yapılandırılmış görüşme sürecinde öğrencilerin önceden edindiği matematiksel yapıları tanıma ve kullanmalarına ilişkin yönlendirmeler yapılması da planlanmıştır. *Gözlem*, herhangi bir ortamda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak, araştırmaya konu olan olay, olgu ve duruma ilişkin derinlemesine ve ayrıntılı açıklamalar yapmak amacıyla sosyal araştırmalarda yaygın olarak kullanılan bir veri toplama tekniğidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 169-170). Bu araştırmada, görüşmede uygulamaların yapılması ve bu uygulamalarda yer alan soruların cevaplanması sürecinde öğrencilerin gözlemlenmesinin matematiksel düşüncelerinin ve bilgi oluşturmalarının anlamlandırılması konusunda fayda sağlayabileceği düşüncesiyle nitel araştırmaların vazgeçilmez araçlarından biri olan *katılımcı gözlem* kullanılmıştır (Geray, 2006: 171). Böylelikle, araştırmaya katılan öğrencilerin araştırma probleminin uygulanma sürecindeki davranışları gözlemlenmiştir.

Araştırmanın Katılımcıları

Bu araştırma, Bursa ilindeki Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nda okumakta olan ve doğru denklemi bilgisini henüz öğrenmemiş yani bu konu üzerinde çalışmamış olan 12 yaşındaki gönüllü ve öğretmenleri tarafından matematik dersinde başarılı oldukları belirtilen iki altıncı sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Bu öğrenciler araştırmada Yılmaz ve Doğan takma adları ile adlandırılmışlardır. Uygulamanın iki öğrenci ile aynı anda yürütülmesi ile öğrencilerin akran yardımı alabilmelerini sağlama ile birlikte aralarında konuyu konuşmaları yani sesli düşünebilmeleri de amaçlanmaktadır. Böylece, öğrencilerin hangi zihinsel süreçlerden geçerek bilgiyi nasıl yapılandıklarını da daha iyi görebilmek mümkün olacaktır.

Uygulama Sorusu

Bu araştırmanın verileri, soyutlamanın süreç içinde gerçekleşmesine fırsat tanıyacak, öğrencilerin matematiksel düşünme seviyelerini ve bilgiyi oluşturma süreçlerini açığa çıkaracak, yeni bir yapı içerecek ve bu yapının pekiştirilmesine imkân verecek tarzda hazırlanmış olan bir uygulama sorusu ve öğrencilerin bu soruyu çözme girişimlerinden elde edilmiştir. Aşağıda yer verilen bu uygulama sorusu, doğru denkleme ilişkin $y=kx+b$ şeklindeki doğru denkleminin oluşturulmasına ve $y=kx$ şeklindeki doğru denkleminin pekiştirilmesine fırsat veren, öğrencilerin günlük yaşamdan *bir olay* üzerinden kurgulanmıştır.

1. Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır.
 - a. Yavru balinanın zamana göre büyüdüğü miktarı gösteren bir *tablo* düzenleyiniz ve bu tablodan yararlanarak yavru balinanın zaman ile büyüdüğü miktar arasında sizce nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız ve bu ilişkiyi gösteren bir *denklem* yazınız.
 - b. Bu yavru balinanın zamana göre büyüdüğü miktarı gösteren bir *grafik* çiziniz ve grafikte hangi geometrik şeklin oluştuğunu açıklayınız. Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.
 - c. Balina 5 ay sonunda kaç kg. ağırlığında olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
 - d. Balinanın 24 kg. olması için kaç ay geçmiş olmalıdır? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
 - e. Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne denklemi dersiniz?
 - f. Elde edilen bu denklem ifadelerinden yararlanarak öyle bir formül yazınız ki, doğru denklemi formülü olarak kabul edilebilsin.

Bu araştırma ve uygulama probleminde, öğrencilerden sonuca ulaşmak için farklı olaylarda verilen bilgilere göre liste yapmaları, bu listedeki verileri kullanarak tablo oluşturmaları, tablodan yararlanarak grafik çizmeleri, bu grafik hakkında yorum yapmaları, $y=kx$ şeklindeki doğru denklemini pekiştirmeleri ve ardından da $y=kx+b$ doğru denklemi bilgisini oluşturmaları beklenmektedir. Bu probleme ilişkin tartışma ve karar verme sürecinde, öğrencilerin $y=kx+b$ şeklindeki doğru denklemi bilgisini oluşturabilmeleri için gerekli tablo, grafik, doğru vb. gibi önceden edinilmiş bilgilerin tanınması, bu bilgilerin değişik amaçlarla kullanılması ve doğru denklemi bilgisinin oluşturulması sürecinde yaşanan düşünme biçimleri incelenmiştir. Daha sonra elde edilen kayıtlardan yararlanılarak doğru denklemi ve gerektirdiği ön yapıların, öğrenciler tarafından ne ölçüde oluşturulduğu rapor edilmiştir.

Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Araştırma kapsamında 2009-2010 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilen görüşmelerin öncesinde, gerekli izinler alınmış ve okul yönetimine ile araştırmaya katılan öğrencilere araştırmanın amacı ve kapsamı detaylı bir biçimde anlatılmıştır. Çalışmanın, doğru ya da yanlış cevaba ulaşmaktan ziyade, o cevaba ulaşma sürecinin incelenmesinin amaçlandığı açıklanmıştır.

Örnek olay çalışması, araştırmaya katılan iki öğrenci ile aynı anda ve aynı ortamda gerçekleşmiştir. Uygulama, okul tarafından tahsis edilen bir odada gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin de görebileceği bir yere yerleştirilmiş olan bir *video kamera* sayesinde kayıt altına alınmıştır. Böylelikle, gözlem ve görüşmedeki ortamın kısa süre sonra unutulmasının önüne geçilmiştir. Aynı zamanda, bu kayıtlar araştırmacının istediği kadar izleyebilmesine ve uygun yaklaşım ve vurgulanacak noktalar hakkında emin oluncaya kadar son kararını vermemesine fırsat vermektedir. Böylelikle, araştırmacı videoda ileri geri sararak nadir veya sık olayları bulabilmekte, bir olay hakkında hemen karar vermeden öncesine ya da devamına bakarak yorumlarını değiştirebilmekte veya düzeltebilmektedir (Plowman, 1999; Akt. Toptaş, 2008). Ayrıca, öğrencilere verilmiş olan *çalışma kâğıtları* sayesinde, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açıklamaya katkısı olacağı düşünülen yazılı bilgilere ulaşılmıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analizi ve yorumlanması öğrencilerin uygulama probleminde verdikleri cevapları içeren çalışma kâğıtları ile görüşme sırasında kaydedilen video kayıtlarının, nitel veri analizi türlerinden biri olan *betimsel analiz* ile gerçekleştirilmiştir.

Betimsel analizde amaç, elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde sunmaktır. Bu amaçla, elde edilen veriler önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 224). Bu aşamada, verilerin birkaç defa, dikkatle incelenmesi ve elde edilen bilgilerin anlamlı bölümlere ayrılması gereklidir (Kümbetoğlu, 2005: 155). Bu araştırmada, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemede RBC+C kuramı referans alınmış ve bilgi oluşturma sürecinde elde edilen ifadelerin yani sistematik ve açık bir şekilde düzenlenmiş veri grubunun bilişsel açıdan analizi yapılmıştır. Bu aşamada, öncelikle görüşme sırasında kaydedilen konuşma ve görüntüler yazılı metne dönüştürülmüştür. Ardından, kavramsal çerçeveden yola çıkılarak yeni bir çerçeve oluşturulmuş ve bu çerçeveye göre verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiştir. Bilgi oluşturma süreçlerini incelemede RBC+C soyutlama modeli bir araç olarak kullanıldığından, yazılı görüşme metinlerinin analizi için belirlenmiş olan temalar; *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme*dir. Sürecin diyalektik yapısı da dikkate alınarak, problemin çözümünde bu bilişsel eylemler *birlikte* gözlenmiş ve kaydedilmiştir. Son olarak da, daha önce ayrıntılı bir biçimde tanımlanan ve sunulan bulgulara anlam kazandırmak, bu bulgular arasındaki ilişkileri açıklamak ve bir takım sonuçlar çıkarmak üzere verilere dayalı olarak yorumlar yapılmıştır.

Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Bu araştırmanın geçerlik ve güvenirliliği, örnek olay incelemesi sırasında kullanılan sorular ile görüşme ve gözlem süreçlerinin incelenmesi ve değerlendirilmesi ile sağlanmıştır. Uygulama sorusunun amaca uygunluğunun belirlenmesi amacıyla alanda çalışan farklı uzmanların görüşleri alınmış ve uygulama sorusu yapılan öneriler doğrultusunda yeniden düzenlenmiştir. Araştırmacılar tarafından, her iki görüşme sürecinde aldıkları gözlem notlarını çalışma sonrasında değerlendirilmiş ve araştırma boyunca sağlanan uzun süreli etkileşim, çeşitli veri araçları ile veri toplama ve alan uzmanlarının incelemesi ile iç geçerlik, görüşmenin betimsel formu ile dış geçerlik sağlanmıştır. Araştırmada güvenirlilik için uygulamanın sonrasında ses kayıtları, gözlem notları bilişsel eylemlerin gözlenebilirliği bakımından farklı iki alan uzmanı tarafından yorumlanmış ve yorumların birbirleri ve araştırmacı yorumları ile tutarlı olduğu görülmüştür.

BULGULAR

Bu bölümde araştırmaya katılan öğrenci grubunun $y=kx+b$ formundaki doğru denklemleri bilgisini, $y=kx$ şeklindeki doğru denklemlerinden, tablo ve grafik bilgilerinden faydalanarak nasıl oluşturdukları incelenmiştir. Denklem ve grafik arasındaki ilişkiyi inceleyerek, bu bilgilerini pekiştirmeleri sürecine ilişkin bulgulara ve bu konuda yapılan değerlendirmelere yer verilmiştir. Yani, araştırmaya katılan Yılmaz ve Doğan'ın yapılan görüşmelerde bu bilgiyi soyutlama süreci *tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme* eylemleri dikkate alınarak değerlendirilmiş ve aşağıda sunulmuştur (Y: Yılmaz, D: Doğan, A: Araştırmacı). Bu öğrenci grubu, $y=kx+b$ denkleminden yararlanarak doğru denkleminin pekiştirilmesine yönelik hazırlanmış olan uygulama problemine 11 dakika 42 saniye zaman harcamışlardır.

Yeni Doğan Balina Problemi Yardımıyla $y=kx+b$ Bilgisinin Soyutlanma Süreci

Araştırma problemi "*Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır.*" üzerine kurulu olup, problemin ilk kısmında öğrencilerden balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösteren bir tablo çizmeleri istenmektedir.

Çalışma kâğıdında yukarıdaki metne ilave olarak "*Öyle bir tablo düzenleyiniz ki, balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösterebilir.*" şeklinde verilen metni Doğan okumuş ve ardından da uygulamanın nasıl olacağı hakkında yorum yapmıştır. Bu esnada, Yılmaz dikkatli bir biçimde çalışma kâğıdına bakmaktadır ve ardından da tabloyu çizmeye başlamıştır. Bir ara rolleri değişmişler ve aralarında tartışarak tablo çizimini gerçekleştirmişlerdir. Bu tabloda, öğrencilerin birinci aydan itibaren kiloyu düşündükleri ve bebek balinanın doğduğu zamanı hesaba katmadıkları görülmüştür.

Ardından, araştırmacı uygulamanın ikinci bölümünden devam etmelerini yani ay ile kütle arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Öğrenciler, öncelikle "*Balinanın büyüdüğü zaman ile ağırlığı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.*" şeklindeki metni okumuş ve ardından da aralarında tartışmaya başlamışlardır. Aşağıda bu esnada geçen görüşme metinleri görülmektedir:

281 D: Üç buçuk üç buçuk artıyor, yani...

282 Y: (Tablo üzerindeki ilk ayı göstererek) Burada ne olacak?

283 D: (Çalışma kâğıdına da dikkatlice bakarak) Her ay kütlesi üç buçuk üç buçuk artıyor. Başka bir açıklama var mı?

284 Y: Yok, (başını da sallamaktadır) öyle yapalım o zaman.

(Araştırmacı bu esnada, halen öğrencilerin tabloda yaptıkları hatanın farkına varmadıkları ve bu nedenle de buradan sonraki cevaplamalarının da hatalı

olabileceğini anlamıştır. Öğrencileri 285. satırda görüldüğü gibi yönlendirme ihtiyacı duymuştur.)

285 A: Peki, bebeğin doğduğundaki durumunu değerlendirebilir misiniz?

286 D: Şimdi bebek doğduğunda 3 kg zaten... (Konuşurken kalemiyle de oynamaktadır.)

287 A: Peki, tabloda şimdi bir şey dikkatimi çekti. Bebek bir aylıkken mi 3 kg. gelmiş?

288 Y: Hı hı...

289 D: Evet... (Bu esnada Yılmaz lafa karışmıştır.)

290 Y: Ay, yok...

291 D: Doğduğunda (Hemen Doğan da yanlısını fark etmiştir.)

292 A: O zaman tabloda bir eksiklik var mı acaba?

Araştırmacının 285 ve 287'deki müdahaleleri üzerine katılımcılar tartışarak tabloyu yeniden Şekil 1'deki gibi düzenlemişlerdir. Öğrencilerin burada 281, 283 ve 284'deki ifadelerinden *kat ilişkisini tanıyıp* doğru bir biçimde *kullanabildikleri* görülmektedir.

293 Y: Evet...

294 D: Bir ay yanlış yazdık o zaman (demiş ve hemen tablonun bir bölümünü silmiştir)

295 Y: (Eliyle tablo üzerinde ay sütununu göstererek) Burayı silelim.

296 D: O zaman bunların hepsini bir yukarıya kaydırmamız gerekmiyor mu? Birinci ay altı buçuk olması gerekli...

297 Y: Tamam, dikey kısmı sil ve tekrar yazalım.

AY (A)	KÜTLE (x)
YENİ 0	3
1	6,5
2	10
3	13,5
4	17
5	20,5

Şekil 1. Araştırma Problemi için Öğrencilerin Birlikte Oluşturdukları Tablo Çizimi

Burada da, araştırmacının yönlendirmesinin ardından 294, 296 ve 295, 297'deki ifadeleri ile Şekil 1'de görüldüğü gibi tabloyu doğru bir biçimde yazmış olmaları, öğrencilerin ($y=kx+b$ denklemini oluşturmaya yardımcı olacak şekildeki) *kat ilişkisini tanıyıp kullandıklarını* düşündürmektedir. Yine, buradaki ifadelerinden ve kat ilişkisini gösteren tabloyu da doğru bir biçimde oluşturabilmelerinden, bu problem için uygun *tabloyu tanıyıp kullandıkları* da anlaşılmıştır. Tablo çiziminin düzenlenmesinin sonrasında, öğrencilerden bu uygulamanın ikinci bölümde yer alan ay ile kütle arasında ilişkiyi açıklamaları ve bu açıklamayı yazmaları istenmiştir.

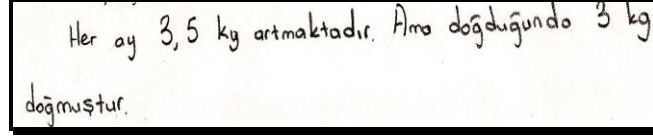
298 Y: Şimdi burada *doğduğu ay* olarak yazılan ifadeyi de etkilemeli.

(Yılmaz konuşmasını bitirmeden Doğan çalışma kâğıdına cevabı yazmaya başlamıştır. Yılmaz da çalışma kâğıdına bakmakta ve arkadaşının izlemektedir. Doğan doğduğu ayla ilgili olarak ifadeyi nasıl düzenleyeceği konusunda kararsız kalmış ve arkadaşısıyla tartışmaya başlamıştır.)

299 D: Doğduğunda 3 kg.dı, fakat aylar geçtikçe 3,5 kg. artarak... (ifadeyi yazmaya başlamıştır)

300 Y: Oldu bence...

Buradaki görüşme metinlerinden (298, 300 ile 299), öğrencilerin Şekil 1’de görülmekte olan tablodan da yararlanarak bu probleme ilişkin doğru bir ifade yazdıkları görülmüştür. Bu durumun da, özellikle doğru denklem ifadesini yazmaları konusunda kolaylık sağladığı düşünülmektedir. Aşağıdaki şekilde (Şekil 2), Doğan’ın yazdığı bu ifade görülmektedir.



Her ay 3,5 kg artmaktadır. Aya doğduğunda 3 kg doğmuştur.

Şekil 2. Doğan’ın Araştırma Problemine İlişkin Olarak Yazdığı İfade

Öğrenciler “Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığı kolaylıkla bulunabilsin.” şeklindeki metinde yer alan denklem ifadesini görmüş ve bu metni okuma ihtiyacı bile duymamışlardır. Bunun üzerine, iki öğrenci de kısa bir süre düşünmüş ve ardından ilk olarak Doğan konuşmaya başlamıştır.

301 D: Burada her şeyi, şu 3 değeri karıştırıyor.

(Bu esnada Yılmaz çalışma kâğıdına bakarak düşünmektedir.)

302 A: Peki, burada 3 olmasaydı ne yapardınız? Önce böyle düşünseniz... Üç değeri neyi değiştirdi?

303 Y: Sıralamayı değiştirdi (Tablo üzerinde değiştirdikleri ay sütununu göstermiştir.)
(Öğrencilerin ikisi de bir müddet düşünmüşlerdir.)

304 D: A çarpı 3,5 eşittir x diyebiliriz.

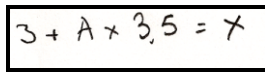
305 Y: Bence, birinci ay için hesaplama yapalım (demiş ve hemen elinde kalem çalışma kâğıdına eğilip hesaplamayı yapmış ve ardından da arkadaşına açıklamıştır.) Şimdi A bir hesapladık diyelim. A ile yani bir ile üç buçuğu çarptım sonra da üç ile topladım altı buçuk çıktı.

306 D: (Bir iki saniye arkadaşının cevabını kontrol ettikten sonra) ...doğru... (demiş başını da sallamıştır)

307 A: Peki, neden üç ekledik?

308 D: Şu doğduğu ayda üç kiloydu ya bunun için...

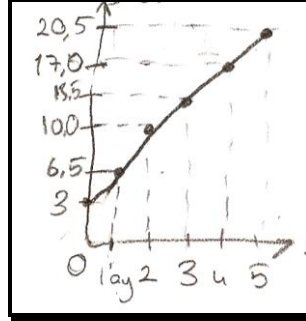
Araştırmaya katılan öğrencilerin buradaki ifadelerinden (303 ve 304), ikinci uygulamada oluşturdukları $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem bilgisini tanıyıp kullandıkları görülmüştür. Ardından, Yılmaz’ın 305’deki ifadesinden deneme yanılma yöntemini kullanmayı düşündüğü ve böylelikle doğru sonuca ulaşabildiği, Doğan’ın 306. satırdaki ifadesi ile 308. satırdaki ifadesinde yaptığı açıklamasından da birlikte gerçekleştirdikleri deneme yanılma yönteminin ardından doğru sonuca ulaştıkları anlaşılmıştır. Bu durum; iki öğrencinin de $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem bilgisini kullanarak, $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklemi oluşturduklarını göstermektedir. Aşağıdaki şekilde görülen ve öğrencilerin aralarında tartışarak yazdıkları denklem ifadesi de, bu iki öğrencinin $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklemi oluşturduklarını kanıtlar niteliktedir.


$$3 + A \times 3,5 = x$$

Şekil 3. Yılmaz’ın Araştırma Problemi İçin Yazdığı Denklem İfadesi

Öğrencilerden metnin devamını okumaları istenmiştir ve iki öğrencinin de içlerinden metni okudukları gözlenmiştir. Bu metinde, öğrencilerden balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösteren bir grafik çizmeleri istenmektedir. Çizime ilk başlayan öğrenci Yılmaz olmuştur. Doğan ise arkadaşının çizimi kontrol etmiş ve ay ve kütle değerlerini yazarken

arkadaşına yardımcı olmuştur. Yani, öğrenciler aralarında yaptıkları tartışmanın sonucunda grafik çizimini tamamlamışlardır. Aşağıda, öğrencilerin bu uygulama için çizdikleri grafiğin son hali görülmektedir. Bu durum, iki öğrencinin de *yatay ve dikey eksen bilgisini tanıdığı* ve gerekli durumlarda *kullanabildiği* (Yılmaz'ın Şekil 4'teki grafik çizimi, Doğan'ın 317. satırdaki ifadesi ve grafik çiziminde arkadaşını desteklemesinden) anlaşılmıştır.



Şekil 4. Yılmaz ile Doğan'ın Uygulama için Birlikte Çizdikleri Grafik Şekli

Araştırmacı “Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.” şeklindeki uygulama metnini öğrencilere göstermiş ve cevaplamalarını istemiştir.

318 A: O zaman şimdi de hangi geometrik şeklin oluştuğunu kararlaştırın.

319 Y: Aynı bence...

320 D: (Başı ile arkadaşını onaylayarak) Evet, doğru parçası.

321 Y: Bence ışın da olabilir.

Öğrenciler bu esnada aralarında *tartışmaya* başlamış fakat doğru cevabın doğru parçası mı yoksa ışın mı olacağı konusunda kesin bir karara varamamışlardır. Bu durum, doğru parçası ve ışın kavramlarının karıştırdıklarını göstermekle birlikte, iki öğrencinin de bu tür *geometrik şekilleri* bu araştırma probleminde *tanıdığını* ve burada *kullanmaya* çabaladığını (319, 320 ve 321) düşündürmektedir. Bu tartışmanın ardından, Doğan arkadaşından cevabı *doğru parçası* olarak yazmasını istemiş ve Yılmaz'da ifadeyi yazmıştır. Yaptıkları bu tartışma iki öğrencinin de, *doğru parçasını tanıdığını* ve *kullandığını* göstermektedir. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin kararlaştırdıkları ve Yılmaz'ın çalışma kâğıdına yazdığı ilk cevap görülmektedir.

doğru parçası

Şekil 5. Grafik için Yapılan İlk Geometrik Şekil Adlandırması

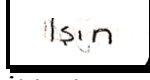
327 A: Peki ama ışın dediniz, doğru parçası yazdınız. Bu nasıl oldu?

328 D: (Araştırmacı konuşurken çalışma kâğıdına iyice eğilmiş ve buldukları sonuçları incelemiş, bir ara arkasına yaslanmış ve düşünceli olmakla konuşmaya başlamıştır) Şöyle bir şey var. (kalemiyle çalışma kâğıdında yazdıkları son ifadeyi göstererek) Önceki çözdüklerimizde *doğru parçası* sonucuna ulaştık ama ben birinci uygulamanın cevabını *ışın* olarak söyledim. Yani, bence burada *ışın* da diyebilirdik. Ama hangisinin doğru olduğuna karar veremiyorum şu anda.

329 Y: *ışın* bunlar. (Grafik üzerinde şeklin devamını göstererek) Buraya doğru devam ettirebiliyoruz çünkü. (Doğan'da başı ile arkadaşını onaylamıştır.)

Buradaki görüşme metinlerinden, iki öğrencinin de *ışın* ve *doğru parçası* bilgilerini *tanıdığı* ve başlangıçta zorlanmakla birlikte (Doğan'ın 320 ve 328'deki ifadeleri, Yılmaz'ın 321'deki ifadesi ve cevabı başlangıçta doğru parçası olarak çalışma kâğıdına yazması) grafikte oluşan şeklin *ışın* olduğu sonucuna (321, 329'deki ifadeleri ile Şekil 6'da görüldüğü gibi çalışma kâğıdına yazdığı ifade; Doğan'ın Yılmaz'ı başı ile onaylaması) ulaştığı

görülmektedir. Öğrenciler sürecin sonunda, bu grafiği *ışın grafiği* olarak adlandırmışlardır (Şekil 6). Bu araştırmadaki uygulamada, Yılmaz ve Doğan'ın grafiklerde oluşan şekilleri doğru parçası ya da ışın şeklinde adlandırmaları, bu öğrencilerin bu şekillerin sınırlılık özelliği konusundaki bilgilerinin untabildiklerini gösterebilir ki, bu durum Öksüz (2010) tarafından yapılan çalışmanın sonucu ile benzeşmektedir.



Şekil 6. Grafik için Yapılan İkinci Geometrik Şeklin Adlandırılması

Öğrencilerin grafik için yaptıkları adlandırmanın ardından öncelikle oluşturdukları grafik ve denklem yardımıyla çözmeleri gereken “Balina 5 ay sonunda kaç kg. ağırlığında olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” şeklindeki birinci ve “Balinanın 24 kg. olması için kaç ay geçmiş olmalıdır?” Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” şeklindeki ikinci probleme ilişkin çözümler için birlikte çalıştıkları ve bu amaçla her seferinde öncelikle uygulama metnini birlikte okudukları gözlenmiştir. Öğrenciler önce grafik üzerinde doğru cevabı göstermiş ve ardından da aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi denklem yardımıyla doğru sonuca ulaşmışlardır. Bu aşamada çözümleri yapan ve cevapları açıklayan Yılmaz'dır. Doğan da çalışma kâğıdına eğilmiş, arkadaşının çözümlerini bazen sessiz ve bazen de sesli bir şekilde kontrol etmiştir. Bu durum, öğrencilerin *grafik bilgisini* ve *iki bilinmeyenli denklem bilgisini* problem çözümünde *kullanabildiklerini* yani grafiği okuyabildiklerini gösterir niteliktedir. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin ikinci sorunun denklem yardımıyla yaptıkları çözümü için yaptıkları görülmektedir.

$$\begin{aligned} 3 + A \cdot 3,5 &= 24 \\ A \cdot 3,5 &= 21 \\ A &= 6 \end{aligned}$$

Şekil 7. Öğrencilerin Oluşturdukları Denklem Yardımıyla Yaptıkları Çözüm

Öğrencilerin yukarıdaki şekilde görülen denklem çözümleri de, öğrencilerin $y=kx+b$ *iki bilinmeyenli denklem bilgisini tanıyıp kullanmaya* başladıklarını ve dolayısıyla da *pekiştirdiklerini* kanıtlar niteliktedir.

341 A: Peki, bulduğunuz sonuçları karşılaştırm şimdi de?

342 Y: Grafik de denklem de bizi aynı sonuca ulaştırdı.

(Bu esnada Doğan da arkadaşını başı ile onaylamıştır. Araştırmacı ise çalışma kâğıdında yer alan “Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne dersiniz?” şeklindeki metni göstererek)

343 A: O zaman denkleme bir isim verseniz ne diyebilir siziz?

344 Y: Işın denklemi...

(Doğan yine başı ile onaylamış ve aşağıdaki şekilde görülen ifadeyi de yazmıştır.)

Işın denklemi

Şekil 8. Öğrencilerin Birlikte Yaptıkları Denklem Adlandırması

Yılmaz'ın 342'deki ifadesi ile Doğan'ın arkadaşını onaylamasından, iki öğrencinin de $y=kx+b$ *şeklindeki iki bilinmeyenli denklemin çözümlerini* gerektiren soruların yer aldığı *doğru denklem bilgisini oluşturma* sürecinde çizdikleri grafik ile yazdıkları denklem arasındaki ilişkiyi anladıkları görülmüştür. Yani, Yenilmez ve Avcu (2009)'nun öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu sorularında problem yaşamadığı hakkındaki açıklamaları da

böylelikle doğrulamaktadır. Yılmaz'ın yine burada 344'deki ifadesi, 329'deki ifadesinde belirttiği düşüncesini devam ettirdiğini ve burada çalışılan denklem ile grafiği ışın grafiği ve ışın denklemi olduğunu düşündüğünü göstermektedir. Bununla birlikte; Doğan'ın aşağıdaki görüşme metinlerinde yer alan ifadelerinden, Şekil 8'de de görülmekte olan ifadeyi yazmakla ve 344'deki ifadesinde arkadaşını onaylamakla birlikte kafasındaki soru işaretlerini halen çözemediği anlaşılmaktadır. Bu durum, öğrencilerin denklemi *doğru denklemi* olarak adlandırmada halen zorlandıklarına işaret etmektedir. Bu aşamada, Doğan bir yandan masaya bıraktığı kalem ile oynayarak, bir yandan da çalışma kâğıdındaki grafiğe bakarak düşüncesini açıklamıştır.

345 D: Peki ama neden doğru denklemi demiyoruz da, *ışın denklemi* diyoruz. Bence *doğru denklemi* desek daha uygun olurdu.

(Bunun üzerine araştırmacı öğrencilerin düşüncelerini geliştirmek amacıyla yönlendirmeye başlamıştır.)

346 A: Peki, grafiğe baktığınızda doğruyu nasıl ifade edebilirsiniz? Hangi taraf bize bunu garanti edebilir?

347 Y: (Grafikte başlangıç noktası tarafını göstererek) Şurası bizim bunu söylememizi sağlayabilir.

(Doğan da başı ile bunu onaylamıştır. Ardından, araştırmacı öğrencilere bunun nasıl sağlanabileceğini ya da düşünülebileceğini açıklamıştır.)

Burada öğrencilerin *ışın* yerine *doğru denklemi ifadesini* kullanabilmeleri (345 ve 347. satırdaki ifadeler), ikisinin de önsezilerinin kuvvetli olduğunu ve matematiksel ifade olarak da *ışın denklemi* yerine *doğru denklemi* ifadesini daha uygun buldukları anlaşılmaktadır. Bu uygulama için öğrencilerin *doğru parçası* ya da *ışın denklemi* gibi ifadeleri kullanmaları yeterli görülmektedir. Ardından, öğrencilerin bu uygulamadan yararlanarak doğru denklemi kavramına ilişkin matematiksel gösterimi (formül) gerçekleştirip gerçekleştirmedikleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Bu amaçla araştırmacı tarafından öğrencilere “*Elde edilen bu denklem ifadelerinden yararlanarak öyle bir formül yazınız ki, doğru denklemi formülü olarak kabul edilebilsin.*” şeklinde bir soru yöneltilmiştir. Araştırmaya katılan öğrenciler yaptıkları tartışma ile matematiksel gösterimi yazmaya çalışmışlar ancak araştırmacının da tüm müdahalelerine rağmen formülleştirmede değişken kullanmayı başaramamışlardır.

Öğrencilerin Uygulamadaki Bilgi Oluşturma Sürecinin Genel Değerlendirmesi

Bu bölümde, örnek olay çalışmasında elde edilen verilerin analiz edilmesi ile elde edilen bulgulara ilişkin genel açıklama ve değerlendirmelere yer verilmiştir.

Sorunun çözümü sırasında, Yılmaz'ın 284, 295 ve 297'deki ifadelerinde kat ilişkisini denklemi yazarken doğru bir biçimde kullanmasından ve Doğan'ın 281, 283, 294 ve 296'deki ifadelerinden, öğrencilerin çizdikleri tablolara doğru değerler atamalarından ve ay ile kilo arasındaki ilişkiyi Şekil 2'de görüldüğü gibi doğru bir biçimde açıklamalarından, bu öğrencilerin *cebirsal işlemleri* ve bu işlemlere ilişkin *kat ilişkisini tanıyıp kullandıkları* anlaşılmaktadır. Araştırmaya katılan öğrencilerden Yılmaz ve Doğan'ın birlikte gerçekleştirdikleri tablo çizimi ile çizim esnasında araştırmacının yönlendirmesinin ardından gerçekleştirdikleri tartışmadaki 294, 296 ve 295, 297. satırdaki ifadelerinden, bu öğrencilerin *tablo bilgisini tanıyıp kullandıkları* görülmüştür. Uygulamadaki 303 ve 304. satırdaki ifadelerinden de, öğrencilerin $y=kx$ şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem bilgisini tanıyıp kullandıkları* ve $y=kx+b$ şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem bilgisini oluşturdukları*, yaptıkları problem çözümlerinde ise $y=kx+b$ şeklindeki *iki bilinmeyenli denklemi tanıyıp kullanmaya* başladıkları (Şekil 7) anlaşılmıştır. Öğrenci grubunda, araştırma problemine ilişkin grafiğin rahatlıkla ve fikir paylaşımına ya da değişiklik yapmaya bile ihtiyaç duymadan doğru bir biçimde çizilmiş olması, Yılmaz ve Doğan'ın birlikte çizdikleri grafik üzerinde doğru gösterimler yapmaları, uygulamanın son kısmında yer alan soruların çözümlerinde bu çizimleri kullanabilmeleri de, öğrencilerin birlikte çizdikleri bu *grafiği* ve *grafikte yer alan*

yatay ve dikey eksenleri tanıdığını ve kullandığını gösterir niteliktedir. Görüşme metinlerindeki bazı ifadeleri (319, 320, 321, 328, 329 ve 344. satırdaki ifadeleri), birlikte çizdikleri grafik şekli (Şekil 4) ve bu grafiği adlandırma konusundaki tartışmadan, öğrencilerin *doğru parçası* ve *ışın bilgilerini tanıdığı* ve *kullanmaya çabaladıkları* anlaşılmıştır. Bununla birlikte; bu uygulamada Yılmaz'ın 347'deki ve Doğan'ın 345'deki ifadeleri, bu öğrencilerin araştırmacı ile birlikte yaptıkları tartışmanın sonucunda ulaştıkları *doğru bilgisi* düşüncesini devam ettirdiklerini yani bu bilgiyi *tanıdıklarını* ve *kullanmaya çabaladıklarını* göstermektedir.

Sonuç olarak; $y=kx+b$ şeklindeki *doğru denkleminin* (iki bilinmeyenli denklem) *oluşturulmasını* amaçlayan bu uygulamada, Yılmaz ve Doğan'ın çizdikleri grafikler ile yazdıkları denklemler arasındaki ilişkiyi anladıkları (342. satırdaki ifadesi ve Doğan'ın arkadaşını başı ile onaylaması) ve buradaki görüşme metinlerinde (345 ve 347. satırdaki ifadeler) ve yazdıkları ifade (Şekil 8) bu uygulama için yazdıkları denklemi adlandırmasından da, $y=kx$ şeklindeki *doğru denklemi bilgisini tanıyıp kullandıkları* ve $y=kx+b$ şeklindeki *doğru denklemini oluşturdukları* görülmüştür. Öğrencilerin bu uygulamadan yararlanarak doğru denklemi kavramına ilişkin matematiksel gösterimi gerçekleştirmede değişken kullanmayı başaramadıkları görülmüştür ki, bu durumun bu öğrencilerin matematiksel rakam ve ifadeleri bilinmeyen kullanarak genelleştirme konusunda yetersiz kalmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu araştırmanın amacı, doğru denkleminin oluşturma süreci RBC+C soyutlama modelinin *tanıma kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* bilişsel eylemleri üzerinden analiz edilmesi ve araştırmaya katılan öğrencilerin bu bilgiyi oluşturup oluşturamadıklarının incelenmesidir. Bu amaçla, öğrencilere $y=kx+b$ şeklindeki doğru denkleminin kazanımına ilişkin bir uygulama sorusu yöneltilmiş ve öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplar incelenmiştir.

Araştırma kapsamında yapılan incelemeler sonucunda, matematik konusunda başarılı olan Yılmaz ve Doğan'ın *cebirsel işlemleri* ve bu işlemlerde *kat ilişkisi* ile *tablo bilgisini, grafik bilgisini tanıyıp kullandıkları, iki bilinmeyenli denklemi oluşturdukları* ve ardından da *pekiştirdikleri* anlaşılmıştır. Öğrenciler, $y=kx$ şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem bilgisini pekiştirmiş* ve bu bilgiyi *kullanarak* $y=kx+b$ şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem* ifadesi yazabilmiş, problem çözmeye bu ifadeyi kullanabilmişlerdir. Doğan ve Yılmaz'ın grafikte oluşan şekle bir isim belirlerken *doğru parçası, ışın* ve *doğru bilgilerini tanıdıkları, çizdikleri grafikler ile yazdıkları denklemleri ilişkilendirebildikleri* ve uygulamalarda *kullanmaya çalıştıkları* anlaşılmıştır. Bu nedenle, bu araştırmada kapsamında gerçekleştirilen örnek olay incelemesine katılan bu iki öğrencinin de, $y=kx$ şeklindeki *doğru denklemi bilgisini pekiştirdikleri* ve $y=kx+b$ şeklindeki *doğru denklemi bilgisini* oluşturdukları söylenebilir. Bu araştırma kapsamında yapılan uygulamada bu dört bilişsel eyleme ilişkin elde edilen bu sonuçlar RBC+C soyutlama modeline ilişkin dört bilişsel eylemin birbirleri ile iç içe geçmiş olduğunu göstermiştir ki, bu durum Dreyfus (2007) tarafından açıklanan RBC+C soyutlama modelinde bilişsel eylemlerin birbiri içinde yuvalanmış olan yapısını doğrulamaktadır. Sonuç olarak da, bu araştırmada $y=kx+b$ şeklindeki doğru denkleminin diyalektik anlamda yani bir ölçüde soyutlandığı fakat deneysel anlamda soyutlanmadığı söylenebilir. Araştırmada deneysel soyutlamanın gerçekleşmemesi, öğrencilerin matematiksel rakam ve ifadeleri bilinmeyen kullanarak genelleştirme konusunda yetersiz olmaları ile açıklanabilir. Bu durumun ise, öğrencilerin bilinmeyen kavramını araştırmanın yapıldığı eğitim-öğretim yılı içerisinde ve araştırmanın hemen öncesinde öğrenmiş olduklarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin doğru denkleminin ilişkin matematiksel gösterimi yapmaları

yani deneysel soyutlamanın gerçekleşmesi yapılacak olan araştırmalar için yeni bir uygulama konusu olabilir.

Öğrenim esnasında soyutlamalara ulaşmak için izlenen yolların ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesinin, öğrencilerin bilgi oluşturma yani bilgi kazanımı sırasında hangi süreçte ya da eylemde zorlandıklarının anlaşılmasına ve ardından da zorlanılan konuya odaklanılarak sorunun çözülmesine yardımcı olacağı düşünülmektedir. Bu nedenle yapılacak olan farklı araştırmalarda, farklı sınıf ve başarı düzeylerinden öğrenci ya da öğrenci gruplarında farklı matematik konularının bilgi oluşumu sürecinin incelenmesi uygun olabilir. Bilgi oluşurmaya ilişkin açık fikirler ortaya koyulan, örnek bilgi soyutlama süreçlerine yer verilen araştırmalar yapılması, araştırmacı ve öğreticilerin bu konuda bilgi ve tecrübe kazanmalarına ve matematiksel konuların daha hızlı bir şekilde öğrenilmesine imkân verebilir.

KAYNAKÇA

- Bikner-Ahsbabs, A. (2004). Towards The Emergence of Constructing Mathematical Meanings. In M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 119-126). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A. & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in Mathematics Education. In J. Novotna (Ed.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague, Czech Republic: PME.
- Birgin, O. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Doğrunun Eğimi ile ilgili Öğrenme Düzeyleri ve Olası Kavram Yanılgıları. *I. Ulusal Matematik eğitimi Öğrenci Sempozyumu*. İzmir.
- Birgin, O. & Kutluca, T. (2006). Doğru Denklemi Konusunun Öğretimine Yönelik Bilgisayar Destekli Öğretim Materyal Örneği. *I. Ulusal Matematik eğitimi Öğrenci Sempozyumu*. İzmir.
- Dreyfus, T. (2007). Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model. Retrieved on November 12, 2008 from <http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf>, 12 Ekim 2008.
- Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2006). Mechanisms for Consolidating Knowledge Constructs. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 465-472). Prague, Czech Republic: PME.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2001a). Abstraction in Context II: The Case of Peer Interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 307-368.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2001b). The Construction of Abstract Knowledge in Interaction. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 377-384). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Institute.
- Dreyfus, T. & Tsamir, P. (2004). Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271-300.
- Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Ankara.
- Geray, H. (2006). *Toplumsal Araştırmalarda Nicel ve Nitel Yöntemlere Giriş*. Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Hassan, I. & Mitchelmore, M. (2006). The Role of Abstraction in Learning about Rates of Change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.) *Identities, Cultures and Learning Spaces* (Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1, pp. 278-285). Adelaide, the United States of America: MERGA.
- Hershkowitz, R. (2004). From Diversity to Inclusion and Back: Lenses on Learning (Plenary Lecture). In M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 55-68). Bergen, Norway: PME.
- Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T. & Schwarz, B. (2007). Abstracting Processes, from Individuals' Constructing of Knowledge to a Group's Shared Knowledge. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 41-68.

- Hershkowitz, R., Schwarz, B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Contexts: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar-İlkeler-Teknikler*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Kümbetoğlu, B. (2005). *Sosyolojide ve Antropolojide Niteliksel Yöntem ve Araştırma*. Ankara: Bağlam Yayıncılık.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Klavuzu*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Minichiello, V., Aroni, R., Timewell, E. & Alexander, L. (1990). In-Dept Interviewing: Researching People. In K. Punch (Eds.), *Introduction to Social Research*, (pp.166-167). London: Sage Publications.
- Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2004). Abstraction and Consolidation. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 55-68). Bergen, Norway: PME.
- Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and Consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 233-258.
- Öksüz, C. (2010). İlköğretim Yedinci Sınıf Üstün Yetenekli Öğrencilerin “Nokta, Doğru ve Düzlem” Konularındaki Kavram Yanılgıları. *İlköğretim Online*, 9(2), 508-525.
- Özmantar, M. F. (2004). Scaffolding, Abstraction, and Emergent Goals. In O. McNamara (Eds.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 24(2). Retrieved on November 16, 2007 from <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-2-14.pdf>.
- Özmantar, M. F. (2005a). *An Investigation of the Formation of Mathematical Abstractions Through Scaffolding*. Unpublished Doctoral Thesis, University of Leeds, Leeds, United Kingdom.
- Özmantar, M. F. (2005b). Mathematical Abstraction: A Dialectical View. In the *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 25(2). Retrieved on February 18, 2007 from <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip25-2/BSRLM-IP-25-2-14.pdf>.
- Özmantar, M. F. & Monaghan, J. (2007). A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89–112.
- Özmantar, M. F. & Roper, T. (2004). Mathematical Abstraction Through Scaffolding. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 481-488). Bergen, Norway: PME.
- Schoenfeld, A. H. (1988). When Good Teaching Leads to Bad Results: The Disasters of “Well Taught” Mathematics Courses. *Educational Psychologist*, 23(2), 145-166.
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. & Hershkowitz, R. (2004). Teacher Guidance of Knowledge Construction. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 169-176). Bergen, Norway: PME.
- Schwarz, B., Hershkowitz, R. & Azmon, S. (2006). The Role of the Teacher in Turning Claims to Arguments. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká and N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 5, pp. 65-72). Prague, Czech Republic: PME.
- Seyidoğlu, H. (1997). *Bilimsel Araştırma ve Yazma El Kitabı* (7. Baskı). İstanbul: Güzem Yayınları.
- Tabach, M. & Hershkowitz, R. (2002). Construction of Knowledge and Its Consolidation. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th International Conference*

- for the Psychology of Mathematics Education, (Vol. 4, pp. 265-272). Norwich, United Kingdom: PME.
- Toptaş, V. (2008). An Examination of the Teaching – Learning Process and Teaching Materials Used in the Instruction of Geometry Sub-Learning Fields in a First Grade Classroom. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(1), 299-323.
- Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets – A Process of Abstraction: The case of Ben. *Journal of Mathematical Behaviour*, 21, 1-23.
- Turanlı, N., Keçeli, V. & Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim İkinci Sınıf Öğrencilerinin Karmaşık Sayılara Yönelik Tutumları ile Karmaşık Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Ortak Hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 9(2), 135-149.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim Araştırmalarında Etkin Olarak Kullanılabilecek Nitel Bir Araştırma Tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, 24, 543-559.
- van Oers, B. (2001). Contextualization for Abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1, 279-305.
- von Glasersfeld, E. (2007). Giriş: Oluşturmacılığın Yansımaları. C. T. Fosnot (Ed.), S. Durmuş (Çev.Ed.), *Oluşturmacılık: Teori, Perspektifler ve Uygulama* kitabı içinde (pp. 3-9). İstanbul: Nobel Yayın Dağıtım.
- Yenilmez, K. & Avcu, T. (2009). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008a). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485-510.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008b). An Investigation of the Components Affecting Knowledge Construction Processes of Students with Differing Mathematical Power. *Eurasian of Educational Research (Eğitim Araştırmaları)*, 31, 151-169.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008c). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: Üçgen Eşitsizliği Örneği. *VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Bolu.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, (5. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (1994). *Case Study Research*, (Applied Social Research Methods Series, Vol. 5). California, the United States of America: Sage Publications.
- Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrenenlerin Problem Çözme Becerilerine, Bilişötesi Farkındalık ve Derse Yönelik Tutum Düzeylerine Etkisi ile Öğrenme Sürecine Katkıları*. Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

A Research on the Abstraction of the Linear Equation According to RBC+C Model: A Case Study

Dilek Sezgin Memnun³, Murat Altun⁴

Summary

Introduction

Abstraction, which had aroused interest amongst the educational theoreticians since the studies about learning process has been intensified lately, has been a notion that is researched and discussed also within the education field recently. When the models is examined, it has been seen that the RBC+C abstraction model, which has been put forward by Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus (2001) as the *RBC (Recognizing - Building with-Constructing) abstraction model* and has taken its final form as the *RBC+C abstraction model* by being added also the consolidation action by Dreyfus (2007), is embarked on by many researchers and used for explaining the abstraction process although this is rather new. Investigations are performed over cognition activities of *recognizing, building-with, constructing* and *consolidation* by the RBC+C abstraction model in the researches. Researches that have been performed in this subject have also shown that this model could be applied on many different issues by making appropriate modifications (Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson and Zaslavsky, 2006). The abstraction process of the linear equation has been researched by using RBC+C abstraction model in this study.

Methodology

This research has been performed with the student group that constituted two sixth class students (Yılmaz and Doğan), who have not yet learned the linear equation information. These students were 12 years old and successful in mathematics lesson and they were studying at Süleyman Cüra Primary School in Bursa.

Amongst series of data collection methods, which are used for qualitative researches, the *semi-constructed* and *observer* methods have been used in this research. The data collection tools, which have been used for the case study, are *work sheets*, where these had contained the problems that are used for the case study and where the students have solved the problems submitted to them and the video recordings, which have been recorded during the interview. Interviews/applications have been carried out at the same time and in the same environment in the spring term of the 2009-2010 education year. The research problem, which has been thought to be necessary and appropriate in order to reveal the thoughts of the students, has been directed to the students by the researcher. The verbal and speechless communication of students with each other and with the researchers have been observed.

The analysis of information abstraction process has been executed by analyzing the data group, in a sense, the statements, which have been organized in systematic and in clear form in the student groups that *contained two of the students*, in terms of the cognition point of view. The RBC theory has been taken as reference for examining the information abstraction process of students. A framework has been created by basing it on the cognitive framework of the research and it has been determined according to this framework as to which data should be organized and presented under which themes. Since the RBC+C Abstraction Model has been used as an tool for examining the information abstraction processes, the themes, which have been determined for the analysis of the interview texts, are; *recognizing, building-with, constructing and consolidation*.

³ Dr, Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, dilekmemnun@gmail.com

⁴ Prof. Dr., Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, maltun@uludag.edu.tr

Conclusion and Suggestions

It has been seen as the consequence of these analysis that were performed in relation to the *recognizing, building-with, constructing and consolidation* actions of this abstraction model that Yılmaz and Doğan could recognise and use the algebraic operations and the fold relationship and the table knowledge in these operations and the graphic knowledge. It has been understood that these students could *recognize and build-with the notion of equation with two unknowns*. The students have *consolidated the notion of equation with two unknowns in the form of $y=kx$* . It has been understood that Doğan and Yılmaz could *recognize the notions of line segment, ray and line* when they were determining a name for the figure that has been formed on the graph and they could relate the graph they has drawn and the equation they have written down and *built-with* this application. As the conclusion, these two students, who have participated in the research, have consolidated *linear equation of $y=kx$* and constructed *linear equation of $y=kx+b$* .

The conclusions to be obtained from this research has the importance in terms of determining the paths for observing the construction of the information for students for learning of different mathematical subjects and the research is also important from this aspect. Besides, study of the information construction process of students within the learning environments that have been arranged in this research could serve as an model for determining how the information abstraction would develop for applications of primary school curriculum.