D.E.Ü.İ.İ.B.F. Dergisi
Cilt:21 Sayı:2, Yıl:2006, ss:151-173

ASİMETRİK FAKTÖRİYEL DENEYLERİN ORTOGONAL ANA ETKİ PLANLARININ ELDE EDİLMESİ ÜZERİNE BİR NOT

Ali Kemal ŞEHİRLİOĞLU* **Sevilay ÇAKIR****

ÖZET

Bir faktöriyel deneydeki faktörlerden en az birinin seviye sayısı diğerlerinkinden farklı ise deney asimetrk ya da karma seviyeli deney olarak adlandırılır. Bir deneydeki n_1 adet faktör s_1 adet seviyeye, n_2 adet faktör s_2 adet seviyeye,… ve n_k adet faktör s_k adet seviyeye sahip ise genel bir asimetrik faktöriyel deney $s_1^{n_1}.s_2^{n_2}...s_k^{n_k}$ şeklinde tanımlanır. Asimetrik faktöriyel denemelerde ana etkilerin tanımında bir farklılık yoktur. Asimetrik faktöriyeller esnek bir yapıya sahip oldukları için pratikte daha faydalıdırlar. Asimetrik faktöriyellerin tüm tipleri için ortogonal ana etkileri elde eden tek bir yöntem mevcut değildir. Bu makalede asimetrik faktöriyel deneyler için kesirli faktöriyel planların oluşturulmasında Hadamard matrislerinin kullanımını öneren bazı prosedürler birlikte incelenmiş ve bu prosedürler kullanılarak bazı ortogonal ana etki planları oluşturulmuştur.

Anahtar Kelimeler: *Ana etki planları, Hadamard matrisleri, Faktöriyel tasarımlar*

1. Giriş

Günümüzde bir ürünün, müşteri memnuniyetini sağlayacak özelliklerde üretilebilmesi, firma çalışmalarının odak noktası olmuştur. Firmaların bu amaç için kullanmış olduğu araçlardan biri de deney tasarımıdır. Deney tasarımında amaç, probleme konu olan kalite karakteristiğini etkileyen faktörleri belirleyip, bu faktörlerle kalite karakteristiği (çıktı) arasındaki ilişkiyi açıklayabilen bir istatistiksel model oluşturmaktır. Bu amaçla yapılacak olan araştırmaların daha kısa sürede ve daha az maliyetle ortaya konulabilmesi amacı ile çıktı ve etkileyen faktörler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak için yapılan deneylerin belirli bir plan içersinde yapılması uygun bir yaklaşımdır. Yapılan çalışmalarda çıktıyı etkileyen faktörlerin tümünün deney içinde eşit seviyelerde denendiği

* Yrd. Doç.Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, (kemal.sehirli@deu.edu.tr)
** Dr., (sevilay_cakir@yahoo.com)

durumlarda kullanılan tasarımlar simetrik tasarımlar olarak adlandırılır. Bu yaklaşım deneyin etkinliğini azaltabilir. Etkinliği arttırmak için, faktörlerden bazılarının deneye farklı seviyelerde dahil edilme zorunluluğu ortaya çıkabilir. En az bir faktörün diğer faktörlerden farklı seviyeye sahip olduğu deneyler "asimetrik faktöriyel deneyler" olarak adlandırılır. Faktörlerden bazılarının seviyelerindeki artışın, diğer faktörlere de yansıtılması bazı durumlar için imkansız olabilir. Mümkün olduğu durumlarda ise gerekli deney sayısı artacaktır. Maliyet ve zaman kaybına neden olduğundan, deneme sayısının artması istenmeyen bir durumdur. Bu nedenle seviye sayıları birbirinden farklı olan asimetrik faktöriyel deneylerde, minimum denemeli planların oluşturulması önemli hale gelmektedir. Bu gibi problemleri ortadan kaldırmak için bazı bilim adamlarının ortaya koyduğu prosedürlerin, Dey ve Ramakrishna (1977), Chacko, Dey ve Ramakrishna (1979), Agrawal ve Dey (1982) kullanılması önerilmektedir. Önerilen bu prosedürler Hadamard matrislerini bir araç olarak kullanmaktadır.

Gerçekleştirilen deneyde ana etkilerin yanı sıra tüm etkileşimlerin veya bazı etkileşimlerin dikkate alınması, gerekli deneme sayısını arttırmaktadır. Deney tasarımının iteratif bir yaklaşım olduğu hatırlandığında, araştırmanın ilk adımlarında özellikle çıktı üzerinde etkisi olan ana etkilerin belirlenmesi asıl amaç olabilir. Bu gibi durumlarda sadece ana etkilerin incelenmesi amacıyla ortogonal ana etki planlarının kullanılması gerek duyulan deney sayısını azaltacağından araştırmaların ilk aşamasında kullanılması tavsiye edilmektedir. Bu planlar etkileşim etkilerinin anlamsız olduğu varsayımı ile tüm ana etkilerin ve ortalamanın tahmininin ortogonal olarak elde edilmesini sağlarlar. Bu nedenle oluşturulan planlar, kararlılığı III olan "ortogonal ana etki planları" olarak adlandırılırlar. Bu makale, asimetrik faktöriyel deneyler için kesirli faktöriyel planların oluşturulmasında Hadamard matrislerinin kullanımını öneren prosedürleri incelemektedir. Bu çalışmadaki amaç, değişik kaynaklarda genel yöntemleri tanımlanmış çalışmaların tanıtılması ve araştırmacılar için bu genel yöntemlerin çözüm prosedürleri tanıtılarak, literatürde yer almayan ana etki planlarını örnek olarak çözerek kullanıcıların sunumuna açmaktır. Bu nedenle asimetrik faktöriyeller için kararlılığı III olan ortogonal ana etki planları için geliştirilen prosedürler kullanıcılara yönelik olarak basit adımlarla tanıtılarak, bütün kullanılabilecek tasarımlar, faktör sayıları, faktörlerin seviyeleri, deneme sayıları ve bu planların farklı faktör sayısı ve seviye sayısı için dönüşümleri tablolar halinde araştırmacılara sunulmakta ve kullanıcıların faydalanabileceği düşünülen bazı tasarımlar oluşturulmaktadır.

2. Planların Oluşturulmasında Kullanılan Teknikler

Asimetrik faktöriyeller için ortogonal ana etki planlarının elde edilmesinde kullanılan üç ana metot mevcuttur.

İlk metot dönüştürme ve yer değiştirme prosedürü üzerine kurulmuştur, Addelman (1962). Prosedür oransal frekans şartından yararlanır, Wu ve Hamada (2000). Yer değiştirme (replacement) ve dönüştürme (collaps) prosedürleri özellikle bir tasarım planından farklı seviye ve faktör sayısına sahip planların elde edilmesinde kullanılır. Her bir faktör seviye sayısının bir eksiği kadar serbestlik derecesine sahiptir. Örneğin üç seviyeli bir faktörün serbestlik derecesi iki olup bu değer aynı zamanda ilgili faktörün ana etkilerini (doğrusal ve kuadratik) tahminlemek için gerekli olan deney sayısını tanımlar. Eğer herhangi bir i için; $s_1=s_i^u$ ise, s_1 seviyeli bir faktör, her biri s_i seviyeli $(s_1-1)/(s_i-1)$ sayıda faktöre dönüştürülebilir (bkz. Addelman 1962). Bu dönüşüm ile ortogonallik bozulmaz. s_i^u denemeli, her biri s_i seviyeli, $(s_i^u-1)/(s_i-1)$ adet faktör için bir ortogonal ana etki planı vardır. Böylece, $s_1=s_i^u$ muamele kombinasyonlarının biri ile s_i seviyelerinin her biri yer değiştirilebilir (bkz. Addelman 1962).

İkinci prosedür ortogonal dizinlerden faydalanır. Herhangi bir kararlılıktaki ortogonal kesirli faktöriyel planların elde edilmesi için genel bir prosedür Dey (1985)' de verilmiştir. Asimetrik faktöriyeller için ortogonal ana etki planlarının elde edilmesi genel prosedürün özel bir durumudur.

Üçüncü metot Hadamard matrislerini kullanır. Bu metot Addelman (1962) prosedürü ile elde edilemeyen yeni planların oluşturulmasına imkan sağlar.

3. Hadamard Matrisleri

$\mathbf{I}_n$, n-inci dereceden birim matris olmak üzere, derecesi n ve elemanları +1 ve -1'lerden oluşan bir **H** kare matrisi sıraları çifterli olarak ortogonal ise,

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}=n\mathbf{I}_n \qquad (1)$$

n-inci dereceden "Hadamard Matrisi" denir. Eşitlik (1) **H** matrisinin tekil olmadığını ve tersinin $n^{-1}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}$ olduğunu belirtir. Sonuç olarak,

$$\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}=n\mathbf{I}_n$$

olup, Hadamard matrisinin sütunları da çifterli ortogonaldir. Bir matris yalnız ve yalnız transpozu da Hadamard matrisi ise hadamard matrisidir. Derecesi 1 ve 2 olan Hadamard matrisleri mevcut olup diğer tüm Hadamard matrislerinin derecesi, t pozitif bir tam sayı olmak üzere, $4t$ olarak tanımlanmıştır. Hadamard matrislerinin özellikleri ve oluşturulmaları ile ilgili daha deteylı bilgi Hedayat ve Wallis (1978) çalışmasında bulunabilir.

Hadamard matrisleri kullanılarak elde edilen tüm prosedürlerde ilk olarak n, dördün katı olmak üzere n-inci dereceden yarı normal formda bir Hadamard matrisi ($\mathbf{H_n}$) ele alınır. Yarı normal formda bir Hadamard matrisi, ilk kolonu yalnızca birlerden oluşan bir matristir. Hadamard matrisinin her hangi bir sıra ya da sütunun -1 değeri ile çarpılması sonucunda elde edilen matris yine bir Hadamard matrisidir. Bu nedenle yarı normal formda bir Hadamard matrisi elde edebilmek için ilk sütunda negatif değer taşıyan sıranın -1 ile çarpılması yeterlidir. $n\equiv0$ (Mod 4) ve $n\leq200$ için bu matrisler oluşturulmuştur (Raghavarao, 1971) ve $2\leq n\leq50$ eşitsizliğindeki tüm mümkün değerler için Hadamard matrisleri Dey (1985)'de verilmiştir.

4. Asimetrik Ana Etki Planlarının Oluşturulması

Bu kısımda Hadamard matrisleri ile ortogonal ana etki planlarının elde edilmesi için önerilen prosedürler tanıtılmakta ve bazı ortogonal ana etki planları oluşturulmaktadır. Adelman (1962)'ın yer değiştirme ve dönüştürme teknikleri kullanılarak bu planlardan yeni planlar elde edilebilir.

4.1. 4.2^m Asimetrik Deneyi İçin Ana Etki Planlarının Oluşturulması

4.2^m asimetrik deneyleri için ana etki planlarının **H** matrisleri ile elde edilmesi Dey ve Ramakrishna (1977) tarafından ele alınmıştır. Bu planların oluşturulması için gerekli adımlar aşağıda verilmiştir. İlk iki adım, makalede anlatılan diğer planların da ilk iki adımını oluşturmaktadır. Planların oluşturulma prosedürü n=12 için aşağıda tanımlanmıştır:

1. n-inci dereceden yarı normal formda bir $\mathbf{H_n}$ matrisi ele alınır.

2. $\mathbf{H_n}$ matrisinde ilk kolonun elemine edilmesi ile $\mathbf{B_{n\ x\ n-1}}$ matrisi elde edilir.

$\mathbf{H_{12}}$ matrisinin ilk kolonunun silinmesi ile **B** matrisi oluşturulur.

$$
\mathbf{H}_{12} = \begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\
1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\
1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\
1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\
1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\
1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\
1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\
1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1
\end{bmatrix}
$$

$$
\mathbf{B} = \begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\
-1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\
-1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\
1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\
-1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\
-1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\
-1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\
-1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1
\end{bmatrix}
$$

3. $\mathbf{b_1}$ vektörü, **B** matrisinin her hangi bir sütunu ve $\mathbf{B_2}$, kalan sütunlardan oluşan $n\times(n\text{-}2)$ boyutlu matris olmak üzere;. **B** matrisi, $\mathbf{B=[b_1:B_2]}$ şeklinde parçalara ayrılarak $\mathbf{b_1}$ vektörü ve $\mathbf{B_2}$ matrisi elde edilir.

Önceki adımda elde edilen **B** matrisinde $\mathbf{b_1}$, ilk sütun ve kalan sütunlar $\mathbf{B_2}$ matrisi olsun.

4. Son adımda $\mathbf{b_1}$ vektörü ve $\mathbf{B_2}$ matrisi ile $\mathbf{D_1}$ matrisi oluşturulur.

$$
\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}
\qquad
\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
-1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\
1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\
-1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\
-1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\
1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\
-1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\
-1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\
-1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\
1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\
1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\
1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1
\end{bmatrix}
$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{b_1} & \mathbf{B_2} & \mathbf{B_2} \\ 3\mathbf{b_1} & \mathbf{B_2} & -\mathbf{B_2} \end{bmatrix}$$

Oluşturulan bu matris, m=2n-4 olmak üzere, 2n denemeli 4.2^m planıdır. Bu planlara ait $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ modeli için katsayılar matrisi:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{b_1} & -\mathbf{J} & -3\mathbf{b_1} & \mathbf{B_2} & \mathbf{B_2} \\ \mathbf{J} & 3\mathbf{b_1} & \mathbf{J} & \mathbf{b_1} & \mathbf{B_2} & -\mathbf{B_2} \end{bmatrix}$$

şeklindedir, Dey ve Ramakrishna (1977). Burada **J**, elemanları birlerden oluşan sütun vektörleridir.

Önceki adımda n=12 için elde edilen $\mathbf{b_1}$ vektörü ve $\mathbf{B_2}$ matrisi ile $\mathbf{D_1}$ matrisi oluşturulmuştur. Bu matris 24 denemeli 4.2^{20} asimetrik deneyi için oluşturulmuş bir ortogonal ana etki planıdır (Tablo. Ek.1).

$\mathbf{H_n}$ matrisi $n \times n$ boyutlu bir matristir. **B** matrisi, $\mathbf{H_n}$ matrisinin ilk sütunu çıkarılarak oluşturulduğu için **B** matrisi (n-1) sütuna sahiptir. $\mathbf{b_1}$, **B** matrisinin bir sütunudur. $\mathbf{b_1}$ sütun vektörünün oluşturulması için **B** matrisinden bir sütun çıkarıldığından kalan sütun sayısı (n-1)-1=n-2'dir. Böylece $\mathbf{B_2}$ matrisinin sütun sayısı (n-2) olacaktır. $\mathbf{D_1}$ matrisinde ikinci ve üçüncü sütunlar $\mathbf{B_2}$ matrisi ile oluşturulduğu için ikinci ve üçüncü sütunlardaki sütun sayısı (n-2)+(n-2)=2n-4 olacaktır. Böylece $\mathbf{D_1}$ matrisinin ilk sütunu dört-seviyeli bir faktörü gösterirken kalan sütunlar, iki-seviyeli (2n-4) tane faktörün seviyelerini göstermektedir ($4.2^{2n\text{-}4}$ planı).

Bu planlar, n dördün katı olduğunda dört-seviyeli bir faktör ve 2n-4 tane iki-seviyeli faktörün olduğu deneylerde kullanılabilir. İncelenen n=12 durumu ele alındığında gerçekleştirilen deney sayısı 24 olup aynı zamanda serbestlik derecesini de tanımlar. Bu serbestlik derecelerinin paylaşımı ise iki seviyeli 20 faktör için 20(2-1)=20, dört seviyeli bir faktör için (4-1)=3 ve genel ortalama için 1 olacak şekilde gerçekleşmektedir. Kalan serbestlik derecesi olmadığından bu tip tasarımlar tam doyurulmuş tasarımlar olarak adlandırılır. Bu prosedür ile $4 \le n \le 98$ eşitsizliğindeki $n \equiv 0$ (mod 4) için oluşturulabilecek ana etki planları ve ayrıca bu planlardan yer değiştirme ve dönüştürme teknikleri kullanılarak oluşturulabilen yeni planlar Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. 4.2^m Planları

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
n	$2n$	4.2^{2n-4}	Yeni plan	Yeni plan	Yeni plan	Yeni plan	Yeni plan	Yeni plan
4	8	4.2^4	$4^2.2$	-	3.2^4	-	-	-
8	16	4.2^{12}	$4^2.2^9$	$*4^3.2^6$	3.2^{12}	$4.3.2^9$	$4.3.2^6$	3.2^9
12	24	4.2^{20}	$4^2.2^{17}$	$4^3.2^{14}$	3.2^{20}	$4.3.2^{17}$	$4.3.2^{14}$	3.2^{17}
16	32	4.2^{28}	$4^2.2^{25}$	$*4^3.2^{22}$	3.2^{28}	$4.3.2^{25}$	$4.3.2^{22}$	3.2^{25}
20	40	4.2^{36}	$4^2.2^{33}$	$4^3.2^{30}$	3.2^{36}	$4.3.2^{33}$	$4.3.2^{30}$	3.2^{33}
24	48	4.2^{44}	$4^2.2^{41}$	$*4^3.2^{38}$	3.2^{44}	$4.3.2^{41}$	$4.3.2^{38}$	3.2^{41}
28	56	4.2^{52}	$4^2.2^{49}$	$4^3.2^{46}$	3.2^{52}	$4.3.2^{49}$	$4.3.2^{46}$	3.2^{49}
32	64	4.2^{60}	$4^2.2^{57}$	$*4^3.2^{54}$	3.2^{60}	$4.3.2^{57}$	$4.3.2^{54}$	3.2^{57}
36	72	4.2^{68}	$4^2.2^{65}$	$4^3.2^{62}$	3.2^{68}	$4.3.2^{65}$	$4.3.2^{62}$	3.2^{65}
40	80	4.2^{76}	$4^2.2^{73}$	$*4^3.2^{70}$	3.2^{76}	$4.3.2^{73}$	$4.3.2^{70}$	3.2^{73}
44	88	4.2^{84}	$4^2.2^{81}$	$4^3.2^{78}$	3.2^{84}	$4.3.2^{81}$	$4.3.2^{78}$	3.2^{81}
48	96	4.2^{92}	$4^2.2^{89}$	$*4^3.2^{86}$	3.2^{92}	$4.3.2^{89}$	$4.3.2^{86}$	3.2^{89}
52	104	4.2^{100}	$4^2.2^{97}$	$4^3.2^{94}$	3.2^{100}	$4.3.2^{97}$	$4.3.2^{94}$	3.2^{97}
56	112	4.2^{108}	$4^2.2^{105}$	$*4^3.2^{102}$	3.2^{108}	$4.3.2^{105}$	$4.3.2^{105}$	3.2^{105}
60	120	4.2^{116}	$4^2.2^{113}$	$4^3.2^{110}$	3.2^{116}	$4.3.2^{113}$	$4.3.2^{113}$	3.2^{113}
64	128	4.2^{124}	$4^2.2^{121}$	$*4^3.2^{118}$	3.2^{124}	$4.3.2^{121}$	$4.3.2^{121}$	3.2^{121}
68	136	4.2^{132}	$4^2.2^{129}$	$4^3.2^{126}$	3.2^{132}	$4.3.2^{129}$	$4.3.2^{129}$	3.2^{129}
72	144	4.2^{140}	$4^2.2^{137}$	$*4^3.2^{134}$	3.2^{140}	$4.3.2^{137}$	$4.3.2^{137}$	3.2^{137}
76	152	4.2^{148}	$4^2.2^{145}$	$4^3.2^{142}$	3.2^{148}	$4.3.2^{145}$	$4.3.2^{145}$	3.2^{145}
80	160	4.2^{156}	$4^2.2^{153}$	$*4^3.2^{150}$	3.2^{156}	$4.3.2^{156}$	$4.3.2^{153}$	3.2^{153}
84	168	4.2^{164}	$4^2.2^{161}$	$*4^3.2^{158}$	3.2^{164}	$4.3.2^{164}$	$4.3.2^{161}$	3.2^{161}
88	176	4.2^{172}	$4^2.2^{169}$	$4^3.2^{166}$	3.2^{172}	$4.3.2^{172}$	$4.3.2^{169}$	3.2^{169}
92	184	4.2^{180}	$4^2.2^{177}$	$*4^3.2^{174}$	3.2^{180}	$4.3.2^{180}$	$4.3.2^{177}$	3.2^{177}

*Tablo2'deki $4^3.2^{4n-10}$ planları

Tabloda kolon üç, dört ve beşteki planlar doyurulmuş planlardır. Çünkü deneme sayısı ile tahmin edilen parametre sayısı eşittir ve hatanın tahmini için ayrılan serbestlik derecesi yoktur. Altı, yedi, sekiz ve dokuz numaralı kolonlardaki planlar doyurulmuş planlar değildir. Altı ve yedinci kolonlar için artan serbestlik derecesi 1 olup, kalan serbestlik derecesi deneylerin iki blok halinde yapılmasına ya da eş yapıya bağlı olarak bir etkileşim etkisinin tahminlenmesinde kullanılabilir. Özellikle deney sayısı arttığında deneyleri bloklar halinde uygulamanın araştırmacıya avantaj sağladığı unutulmamalıdır. Sekiz ve dokuzuncu kolonlar için kalan serbestlik derecesi dörttür. Bu planların eş yapıları için Margolin (1968)'e, etkilerin tahminlenmesi ve analizleri için Wu ve Hamada (2000)'e bakılabilir.

Bu prosedür, t dördün katı olmak üzere, $t/2$ dereceli Hadamard matrisinden yararlanılarak, $t.2^m$ tipindeki deneyler için ortogonal ana etki planlarını oluşturmak üzere genelleştirilebilir. Genel plan aşağıda sunulmuştur.

$$\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 & \vdots & \\ 3\mathbf{b}_1 & \vdots & \\ 5\mathbf{b}_1 & \vdots & \mathbf{H}_{t/2} \otimes \mathbf{B}_2 \\ \vdots & \vdots & \\ (t-1)\mathbf{b}_1 & \vdots & \end{bmatrix}$$

Burada $\otimes$ matrislerin Kronecker çarpımını tanımlar. Plan $\mathbf{D}_2$, $tn/2$ deneyde, $t.2^{t(n-2)/2}$ tasarımı için ortogonal ana etki planıdır. t-seviyeli faktörün seviyeleri, ±1, ±3, ±5,…, ±(t-1) şeklinde kodlanır. Bu yaklaşımla ve dönüştürme tekniği ile elde edilen planlar Tablo 2' de verilmiştir.

4.2 $4^k.2^m$ Asimetrik Deneyleri İçin Ana Etki Planlarının Oluşturulması

Hadamard matrisleri kullanılarak oluşturulan farklı tipteki bir diğer ortogonal ana etki planları $4^k.2^m$ deneyleri için oluşturulan planlardır. m=4n-10 olmak üzere, k=3 ve k=2 için $4^3.2^m$ ve $4^2.2^m$ planları Chacko, Dey ve Ramakrishna (1979) tarafından incelenmiştir. $4^k.2^m$ deneylerinde ana etki planlarının oluşturulması için adımlar aşağıda verilmiştir.

Tablo 2. $t.2^m$ Planları

Hadamard	t	Deney sayısı	Plan
4	8	$4n$	$8.2^{4n\text{-}8}$
8	16	$8n$	$16.2^{8n\text{-}16}$
12	24	$12n$	$24.2^{12n\text{-}24}$
24	32	$16n$	$32.2^{16n\text{-}32}$

1. Yarı normal formda bir $\mathbf{H}_n$ matrisinin ilk sütununun silinmesi ile **B** matrisi oluşturulur. n=12 için **B** matrisi, kısım 4.1'de $\mathbf{H}_{12}$ matrisinden elde edildi.

2. **B** matrisi, $\mathbf{B}=[\mathbf{b}_1:\mathbf{b}_2:\mathbf{b}_3:\mathbf{B}_4]$ şeklinde parçalara ayrılır. $\mathbf{b}_i$ sütun vektörleri ve $\mathbf{B}_4$ matrisi belirlenir. $\mathbf{b}_i$ ($i = 1,2,3$), **B** matrisinin herhangi üç farklı sütunu ve $\mathbf{B}_4$, **B**'nin kalan sütunlarından oluşan n×(n-4) boyutlu matristir.

Kısım 4.1'de n=12 için oluşturulan **B** matrisinden $\mathbf{b_1}$, $\mathbf{b_2}$, $\mathbf{b_3}$ ve $\mathbf{B_4}$ aşağıdaki gibi elde edilmiştir. $\mathbf{b_1}$, $\mathbf{b_2}$, $\mathbf{b_3}$ vektörleri, **B** matrisinin ilk üç sütunundan ve $\mathbf{B_4}$, **B** matrisinin kalan sütunlarından oluşturulmuştur.

$$\mathbf{b}_1=\begin{bmatrix}1\\1\\-1\\-1\\1\\-1\\-1\\-1\\1\\1\\1\\-1\end{bmatrix}\quad \mathbf{b}_2=\begin{bmatrix}1\\-1\\1\\-1\\-1\\1\\-1\\-1\\-1\\1\\1\\1\end{bmatrix}\quad \mathbf{b}_3=\begin{bmatrix}1\\1\\-1\\1\\-1\\-1\\1\\-1\\-1\\-1\\1\\1\end{bmatrix}\quad \mathbf{B}_4=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&-1&-1&-1&1&-1&-1\\1&1&1&-1&-1&-1&1&-1\\-1&1&1&1&-1&-1&-1&1\\1&-1&1&1&1&-1&-1&-1\\-1&1&-1&1&1&1&-1&-1\\-1&-1&1&-1&1&1&1&-1\\1&-1&-1&1&-1&1&1&1\\-1&1&-1&-1&1&-1&1&1\\-1&-1&1&-1&-1&1&-1&1\\-1&-1&-1&1&-1&-1&1&-1\\1&-1&-1&-1&1&-1&-1&1\end{bmatrix}$$

1. Her bir $\mathbf{b_i}$ ve $\mathbf{B_4}$ ile $\mathbf{B_i}$ **=[**$\mathbf{b_i}$ **:** $\mathbf{B_4}$**]** matrisleri elde edilir. Önceki adımda oluşturulan $\mathbf{b_i}$ sütun vektörleri ve $\mathbf{B_4}$ matrisi ile $\mathbf{B_i}$ matrisleri, i=1,2,3 için aşağıda oluşturulmuştur.

$\mathbf{B_1}$=[$\mathbf{b_1}$:$\mathbf{B_4}$] **$\mathbf{B_2}$=[$\mathbf{b_2}$:$\mathbf{B_4}$]** **$\mathbf{B_3}$=[$\mathbf{b_3}$:$\mathbf{B_4}$]**

$$\mathbf{B}_1=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&-1&-1&-1&1&-1&-1\\-1&1&1&1&-1&-1&-1&1&-1\\-1&-1&1&1&1&-1&-1&-1&1\\1&1&-1&1&1&1&-1&-1&-1\\-1&-1&1&-1&1&1&1&-1&-1\\-1&-1&-1&1&-1&1&1&1&-1\\-1&1&-1&-1&1&-1&1&1&1\\1&-1&1&-1&-1&1&-1&1&1\\1&-1&-1&1&-1&-1&1&-1&1\\1&-1&-1&-1&1&-1&-1&1&-1\\-1&1&-1&-1&-1&1&-1&-1&1\end{bmatrix}\quad \mathbf{B}_2=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1&1\\-1&1&1&-1&-1&-1&1&-1&-1\\1&1&1&1&-1&-1&-1&1&-1\\-1&-1&1&1&1&-1&-1&-1&1\\-1&1&-1&1&1&1&-1&-1&-1\\1&-1&1&-1&1&1&1&-1&-1\\-1&-1&-1&1&-1&1&1&1&-1\\-1&1&-1&-1&1&-1&1&1&1\\-1&-1&1&-1&-1&1&-1&1&1\\1&-1&-1&1&-1&-1&1&-1&1\\1&-1&-1&-1&1&-1&-1&1&-1\\1&1&-1&-1&-1&1&-1&-1&1\end{bmatrix}\quad \mathbf{B}_3=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&-1&-1&-1&1&-1&-1\\-1&1&1&1&-1&-1&-1&1&-1\\1&-1&1&1&1&-1&-1&-1&1\\-1&1&-1&1&1&1&-1&-1&-1\\-1&-1&1&-1&1&1&1&-1&-1\\1&-1&-1&1&-1&1&1&1&-1\\-1&1&-1&-1&1&-1&1&1&1\\-1&-1&1&-1&-1&1&-1&1&1\\-1&-1&-1&1&-1&-1&1&-1&1\\1&-1&-1&-1&1&-1&-1&1&-1\\1&1&-1&-1&-1&1&-1&-1&1\end{bmatrix}$$

4. Önceki adımda oluşturulan $\mathbf{b_i}$, $\mathbf{B_i}$ ve **B** matrisleri ile aşağıda tanımlanan $\mathbf{D_3}$ matrisi oluşturulur. Bu matris 4n denemeli $4^3.2^{4n\text{-}10}$ planıdır. İlk üç sütun dört seviyeli faktörleri, kalan sütunlar (4n-10 sütun) iki-seviyeli faktörleri göstermektedir.

B matrisinin sütun sayısı (n-1)'dir. $\mathbf{B_1}$ matrisinin sütun sayısı, $\mathbf{b_1}$ ve $\mathbf{B_4}$'ün sütun sayıları toplamıdır. $\mathbf{b_1}$'in sütun sayısı 1, $\mathbf{B_4}$'ün sütun sayısı (n-4) olduğundan $\mathbf{B_1}$ matrisinin sütun sayısı (n-3) olacaktır. Aynı şekilde $\mathbf{B_2}$ ve $\mathbf{B_3}$ matrislerinin sütun sayısı da (n-3)'tür. $\mathbf{D_3}$ matrisinde ilk üç sütun dört-seviyeli faktörleri göstermektedir. Kalan sütunlar **B**, $\mathbf{B_1}$, $\mathbf{B_2}$ ve $\mathbf{B_3}$ ile oluşturulduğundan kalan sütun sayısı bu matrislerin sütun sayıları toplamı; (n-1)+ (n-3)+ (n-3)+ (n-3)=4n-10'dur.

$$\mathbf{D}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 & 3\mathbf{b}_2 & 3\mathbf{b}_3 & \mathbf{B} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{B}_3 \\ 3\mathbf{b}_1 & -3\mathbf{b}_2 & -\mathbf{b}_3 & \mathbf{B} & -\mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & -\mathbf{B}_3 \\ -\mathbf{b}_1 & -\mathbf{b}_2 & \mathbf{b}_3 & \mathbf{B} & \mathbf{B}_1 & -\mathbf{B}_2 & -\mathbf{B}_3 \\ -3\mathbf{b}_1 & \mathbf{b}_2 & -3\mathbf{b}_3 & \mathbf{B} & -\mathbf{B}_1 & -\mathbf{B}_2 & \mathbf{B}_3 \end{bmatrix}$$

n=12 için elde edilen $\mathbf{b}_i$, $\mathbf{B}_i$ ve **B** matrisleri ile oluşturulan $\mathbf{D}_3$ matrisi, 48 denemeli $4^3.2^{38}$ deneyi için ortogonal ana etki planıdır (Tablo Ek .2).

5. İstenildiği durumlarda, $4^3.2^{4n\text{-}10}$ planında dört-seviyeli bir faktör Tablo 3'deki dönüştürme şeması (Addelman 1962) ile iki-seviyeli üç faktöre dönüştürülerek $4^2.2^{4n\text{-}7}$ planı oluşturulur. Aşağıdaki şemaya göre (Addelman, 1962), n=12 için oluşturulan 48 denemeli $4^3.2^{38}$ planında, dört-seviyeli bir faktörün seviyeleri, iki-seviyeli üç faktörün seviye kombinasyonları ile yer değiştirilerek $4^2.2^{41}$ planı oluşturulabilir (Tablo Ek 3).

Tablo 3. Dönüştürme Şeması

4-seviyeli faktörün seviyeleri	2-seviyeli faktörlerin seviye kombinasyonları
-3	-1-1-1
-1	-1 1 1
1	1–1 1
3	1 1 -1

n, dördün katı olmak üzere, $4 \leq n \leq 98$ eşitsizliğindeki tüm mümkün değerler için oluşturulabilen $4^3.2^m$ ortogonal ana etki planları Tablo 4'de verilmiştir. Sütun dört ve beşte belirtilen planlar sütun üçteki planlardan türetilmiştir. Sadece üç ve beş numaralı kolonlardaki planlar doyurulmuştur.

Genel doğrusal model varsayımı altında $\mathbf{D}_3$ planının katsayılar matrisi Chacko, Dey ve Ramakrishna (1979)' da verilmiştir. $\mathbf{D}_3$ planındaki bir ya da daha fazla dört seviyeli faktör üç seviyeli faktöre dönüştürülebilir. Elde edilen genel plan 4n denemeli $4^r3^s2^{4n-1-3(r+s)}$ planıdır. Burada r ve s, $2 \leq r+s \leq 3$ eşitsizliğini sağlayan negatif olmayan tam sayılardır. Bu yöntem özellikle n=12 ve 20 için yeni planların elde edilmesine imkan vermiştir.

4.3 $n.4^r.3^s.2^{3n-3(r+s)}$ Asimetrik Deneyleri İçin Ana Etki Planları

$4^3.2^{4n-10}$ planlarının bir uzantısı olan, $4n$ denemeli, $n.4^r.3^s.2^{3n-3(r+s)}$ asimetrik deneyleri için ortogonal ana etki planlarının oluşturulması Agrawal ve Dey (1982) tarafından ele alınmıştır. Bu planlarda $2 \le r+s \le 3$, $(r,s) \ne (0,0)$ ve r ile s negatif olmayan tamsayılardır. Planların oluşturulması için gerekli adımlar aşağıda verilmiştir.

1. Ele alınan bir $\mathbf{H_n}$ matrisinin ilk sütununun silinmesi ile bir **B** matrisi oluşturulur. n=12 için kısım 4.1'de bir **B** matrisi oluşturulmuştur.

2. **B** matrisi kısım 4.2'de olduğu gibi $\mathbf{B=[b_1:b_2:b_3:B_4]}$ şeklinde parçalara ayrılır ve her bir $\mathbf{b_i}$ için bir $\mathbf{B_i=[b_i:B_4]}$ matrisi oluşturulur. n=12 için kısım 4.2'de $\mathbf{b_i}$ ve $\mathbf{B_i}$ matrisleri oluşturulmuştur.

3. Belirlenen her bir $\mathbf{B_i}$, $\mathbf{b_i}$ ve $\alpha=[0,1,2,...,(n-1)]^T$ ile $\mathbf{D_4}$ matrisi elde edilir. Elde edilen bu matris $4n$ denemeli $n.4^r.2^{3n-9}$ planıdır.

$$\mathbf{D_4} = \begin{bmatrix} \mathbf{b_1} & \mathbf{3b_2} & \mathbf{3b_3} & \mathbf{B_1} & \mathbf{B_2} & \mathbf{B_3} & \boldsymbol{\alpha} \\ \mathbf{3b_1} & -\mathbf{3b_2} & -\mathbf{b_3} & -\mathbf{B_1} & \mathbf{B_2} & \mathbf{B_3} & \boldsymbol{\alpha} \\ -\mathbf{b_1} & -\mathbf{b_2} & \mathbf{b_3} & \mathbf{B_1} & -\mathbf{B_2} & -\mathbf{B_3} & \boldsymbol{\alpha} \\ -\mathbf{3b_1} & \mathbf{b_2} & -\mathbf{3b_3} & -\mathbf{B_1} & -\mathbf{B_2} & -\mathbf{B_3} & \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix}$$

n=12 için kısım 4.2'de oluşturulan $\mathbf{b_i}$ ve $\mathbf{B_i}$ matrisleri ve $\alpha=[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11]^T$ ile $\mathbf{D_4}$ matrisi Tablo Ek.4'de verilmiştir. Bu matris 48 denemeli $12.4^3.2^{27}$ deneyi için bir ortogonal ana etki planıdır.

Önceki planlarda olduğu gibi bu planlarda da yer değiştirme ve dönüştürme teknikleri kullanılarak farklı seviye sayılarına sahip planlar elde edilebilir. n, dördün katı olmak üzere; $4 \le n \le 98$ eşitsizliğindeki tüm mümkün değerler için oluşturulabilen $n.4^3.2^{3n-9}$ ortogonal ana etki planları Tablo 5'de verilmiştir.

4.4 $t.4.2^m$ Asimetrik Deneyleri için Ana Etki Planları

Hadamard matrislerini kullanan diğer bir yaklaşım, n dördün katı ve $t=n/2$ olmak üzere, $2n$ denemeli $t.4.2^{n-1}$ planıdır. Bu plan Agrawal ve Dey (1982) tarafından elde edilmiştir. Kısım 4.1' de elde edilen **B** matrisinin sıraları, birinci sütundaki ilk $n/2$ eleman +1 ve kalan $n/2$ eleman -1 olacak şekilde yeniden düzenlenir. Elde edilen **B*** matrisi; **B***= [$\mathbf{b_1}$: $\mathbf{B_2}$] şeklinde parçalanır.

Burada $\mathbf{b}_1$ vektörü, $\mathbf{B}^*$ matrisinin ilk sütunudur. $\mathbf{B}_2$ matrisi, $n\times(n\text{-}2)$ boyutlu $\mathbf{B}^*$ matrisinin kalan sütunlarından elde edilir.

$$\mathbf{b_1} = (b_{11}, b_{12}, \ldots, b_{1n})^T \quad \mathbf{c_1} = (c_{11}, c_{12}, \ldots, c_{1n})^T \quad \mathbf{B_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{d_1} \\ \mathbf{d_2} \\ \vdots \\ \mathbf{d_n} \end{bmatrix}$$

olmak üzere, burada $\mathbf{d}_i$' ler $\mathbf{B}_2$ matrisinin i-inci sıralarıdır, plan $\mathbf{D}_5$ aşağıda tanımlanmıştır. Planda t=n/2'dir. $\mathbf{D}_5$ planı, 2n deneyli, $t.4.2^{n-2}$ deneyinin bir kesiridir. Burada ilk faktör, seviyeleri -3, -1, 1 ve 3 şeklinde kodlanan, dört seviyeli faktör, sonraki (n-2) adet faktör, seviyeleri -1 ve 1 ile kodlanan, iki seviyeli faktör ve son faktör, seviyeleri 1, 2,…, t ile kodlanan, t=n/2 seviyeli faktördür. Elde edilen planın son sütununun yanına elemanları -1 ve 1 olan iki seviyeli bir faktör ilave edilmesi ile $t.4.2^{n-1}$ planı elde edilir. Son sütuna eklenen faktörün ilk n/4 elemanı -1, sonraki n/2 elemanı 1 ve son n/4 elemanı -1'dir. Bu prosedür ile elde edilen yeni planlar 24 denemeli $6.4.2^{11}$, 40 denemeli $10.4.2^{19}$, 48 denemeli $12.4.2^{23}$ ve 56 denemeli $14.4.2^{27}$ planlarıdır.

4.5 $t.2^{t(n-1)}$ Asimetrik Deneyleri için Ana Etki Planları

Nigam ve Gupta (1985), Dey ve diğerlerinin çalışmalarını geliştirmeyi ve metotları genellemeyi amaçlamışlardır. Oluşturdukları planlar Kronecker ve bazı özel Hadamard matrisi çarpımlarından faydalanmaktadır.Dey ve diğerlerinin $t.2^m$ tipindeki planlarında t ikinin kuvveti ve n dördün katı olmak zorundadır. Nigam ve Gupta (1985)'in, tn denemeli, $t.2^m$ planlarında ise t ve N her ikisi de Hadamard sayıları olup eşit olmak ya da ikinin kuvveti olmak zorunda değildir. Bu kısımda Nigam ve Gupta (1985)'in $t.2^m$ planları ele alınmaktadır. Planlar iki kısımdan oluşur. İlk olarak her biri iki-seviyeye sahip *t(n-1)* faktörle ilgili kısım oluşturulur.

$$\mathbf{D}_5 = \begin{bmatrix} b_{11} & \mathbf{d}_1 & 1 \\ c_{11} & -\mathbf{d}_1 & 1 \\ b_{12} & \mathbf{d}_2 & 2 \\ c_{12} & -\mathbf{d}_2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{1t} & \mathbf{d}_t & t \\ c_{1t} & -\mathbf{d}_t & t \\ b_{1,t+1} & \mathbf{d}_{t+1} & 1 \\ c_{1,t+1} & -\mathbf{d}_{t+1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{1,2t} & \mathbf{d}_{2t} & t \\ c_{1,2t} & -\mathbf{d}_{2t} & t \end{bmatrix}$$

Tablo 4. $4^3.2^{4n\text{-}10}$ Planları

n	$4n$	$4^3.2^{4n\text{-}10}$	Yeni plan	Yeni plan
4	16	$4^3.2^6$	$3^3.2^6$	$*4^2.2^9$
8	32	$4^3.2^{22}$	$3^3.2^{22}$	$4^2.2^{25}$
12	48	$4^3.2^{38}$	$3^3.2^{38}$	$*4^2.2^{41}$
13	64	$4^3.2^{54}$	$3^3.2^{54}$	$4^2.2^{57}$
20	80	$4^3.2^{70}$	$3^3.2^{70}$	$*4^2.2^{73}$
24	96	$4^3.2^{86}$	$3^3.2^{86}$	$4^2.2^{89}$
28	112	$4^3.2^{102}$	$3^3.2^{102}$	$*4^2 2^{105}$
32	128	$4^3.2^{118}$	$3^3.2^{118}$	$4^2.2^{121}$
36	144	$4^3.2^{134}$	$3^3.2^{134}$	$*4^2.2^{137}$
40	160	$4^3.2^{150}$	$3^3.2^{150}$	$4^2.2^{153}$
44	176	$4^3.2^{166}$	$3^3.2^{166}$	$*4^2.2^{169}$
48	192	$4^3.2^{182}$	$3^3.2^{182}$	$4^2.2^{185}$
52	208	$4^3.2^{198}$	$3^3.2^{198}$	$4^2.2^{201}$
56	224	$4^3.2^{214}$	$3^3.2^{214}$	$4^2.2^{217}$
60	240	$4^3.2^{230}$	$3^3.2^{230}$	$4^2.2^{233}$
64	256	$4^3.2^{246}$	$3^3.2^{246}$	$4^2.2^{249}$
68	272	$4^3.2^{262}$	$3^3.2^{262}$	$4^2.2^{265}$
72	288	$4^3.2^{278}$	$3^3.2^{278}$	$4^2.2^{281}$
76	304	$4^3.2^{294}$	$3^3.2^{294}$	$4^2.2^{297}$
80	320	$4^3.2^{310}$	$3^3.2^{310}$	$4^2.2^{313}$
84	336	$4^3.2^{326}$	$3^3.2^{326}$	$4^2.2^{329}$
88	352	$4^3.2^{342}$	$3^3.2^{342}$	$4^2.2^{345}$
92	368	$4^3.2^{358}$	$3^3.2^{358}$	$4^2.2^{361}$

Tablo 5. $n.4^3.2^{3n\text{-}9}$ Planları

n	$4n$	$n.4^3.2^{3n\text{-}9}$
4	16	$4.4^3.2^3$
8	32	$8.4^3.2^{15}$
12	48	$12.4^3.2^{27}$
16	64	$16.4^3.2^{39}$
20	80	$20.4^3.2^{51}$
24	96	$24.4^3.2^{63}$
28	112	$28.4^3.2^{75}$
32	128	$32.4^3.2^{87}$
36	144	$36.4^3.2^{99}$
40	160	$40.4^3.2^{111}$
44	176	$44.4^3.2^{123}$
48	192	$48.4^3.2^{135}$
52	208	$52.4^3.2^{147}$
56	224	$56.4^3.2^{159}$
60	240	$60.4^3.2^{171}$
64	256	$64.4^3.2^{183}$
68	272	$68.4^3.2^{195}$
72	288	$72.4^3.2^{207}$
76	304	$76.4^3.2^{219}$
80	320	$80.4^3.2^{231}$
84	336	$84.4^3.2^{243}$
88	352	$88.4^3.2^{255}$
92	368	$92.4^3.2^{267}$

*Tablo 1'de dördüncü kolondaki planlar

Daha sonra t-seviyeye sahip bir faktör için bir sütun eklenir. Planların oluşturulması için gerekli adımlar aşağıda verilmiştir.

1. n. dereceden yarı normal formda bir $\mathbf{H_n}$ matrisi ele alınır. **1**, birim vektördür. $\mathbf{H_n} = [\mathbf{1} : \mathbf{B}]$

2. t dereceli bir $\mathbf{H_t}$ matrisi ele alınır. İlk sütun birlerden oluşmak zorunda değildir.

3. $\mathbf{H_t}$ ve $\mathbf{B}$ matrislerinin kronocker çarpımı ile $\mathbf{H}^*_{\mathbf{tn} \times \mathbf{t(n-1)}}$ matrsi elde edilir. $\mathbf{H}^* = [\mathbf{H_t} \otimes \mathbf{B}]$ kronocker çarpımı ile $\mathbf{H_t}$ matrisindeki her 1 ile $\mathbf{B}$ ve -1 ile $-\mathbf{B}$ yer değiştirmektedir. Burada $\mathbf{H}^*$ matrisi, tn denemeli, $2^{t(n-1)}$ bir ortogonal ana etki planıdır.

4. $\mathbf{H}^*$ matrisine t-seviyeye sahip bir faktör için tn boyutlu bir sütun vektörü $\mathbf{a}$ eklenir. $\mathbf{a} = [0,...,0,\ 1,...,1,...,(t-1),...,(t-1)]$

5. $\mathbf{H}^*$ matrisi ve $\mathbf{a}$ sütun vektörü ile $\mathbf{D_6}$ matrisi oluşturulur. $\mathbf{D_4}$ matrisi tn denemeli $t.2^{t(n-1)}$ ana etki planıdır. $\mathbf{D}_6 = [\mathbf{a} : \mathbf{H}^*]$

Nigam ve Gupta (1985) ayrıca $4^{t-1}.2^p$ deneyleri için,tn denemeli, planlar da oluşturmuştur. Burada $p=t(n+2)-t^2-2$ olup t ve n, $t \leq n$ koşulunu sağlayan Hadamard sayılarıdır. Oluşturdukları planlar içinde her hangi bir yeni plan olmayıp bu tipteki planların genel oluşturma yöntemlerini tanımlamaktadır.

5. Sonuç

Endüstriyel araştırmalarda özellikle 6 sigma projelerinde bir kalite iyileştirme aracı olarak kullanılan deney tasarımı yaklaşımının en çok bilinen uygulamaları iki ya da üç seviyeli faktöriyel veya kesirli faktöriyellerdir. Simetrik Planlar olarak bilinen bu yaklaşımlar farklı seviyedeki faktörlerin aynı araştırmada irdelenmesine imkan vermedikleri için dezavantajlıdır. Özellikle "Etkilerin Hiyerarşik Sıra Prensibi" ne (bkz. Wu ve Hamada, 2000) göre ana etkilerin daha önemli olması sonucu endüstriyel araştırmalarda asimetrik ortogonal dizinlerin kullanımı önem kazanmaktadır.

Bununla birlikte asimetrik ortogonal ana etki planlarını oluşturmanın genel bir prosedürü mevcut değildir. Bu amaçla kullanılabilecek yöntemler Kısım 2'de belirtilmişlerdir. Bu konudaki çalışmalar özellikle faktör seviyeleri asal sayı ya da asal sayının kuvveti olmadığı durumlar için günümüzde de geçerliliğini korumaktadır. Önemli bir diğer çalışma alanı da ana etkilerin yanı sıra önemli olduğu varsayılan bazı etkileşim etkilerinin tahminlenmesini kesirli faktöriyel dizinlerden daha az sayıda deneyle gerçekleştirmek üzerinedir.

ABSTRACT

NOTE ON CONSTRUCTION OF ORTOGONAL MAIN EFFECT PLAN IN ASYMETRICAL FACTORIAL EXPERIMENT

A factorial experiment in which at least one of the factors has number of levels different from those of the other factors is called an asymmetrical or mixed factorial experiment. A general asymmetrical factorial experiment with n_1 factors at s_1 levels, n_2 factors at s_2 levels,…, n_k factors at s_k levels is denoted by $s_1^{n_1}.s_2^{n_2}...s_k^{n_k}$. The definition of main effects in the case of asymmetrical factorials does not pose any problems. Asymmetrical factorials are generally more useful in practice because of their flexible nature. Though it has not been possible so far to develop one unified method of obtaining orthogonal main effect plans for asymmetrical factorials of all types. In this article some procedures suggesting the use of the Hadamard matrices for developing the fractional factorial plans for asymmetrical factorial experiments have been studied and some orthogonal main effect plans have been built by using these procedures.

Key Words: Main effect plans, Hadamard matrices, Factorial designs

KAYNAKÇA

ADDELMAN, S. (1962), "Orthogonal Main Effect Plans for Asymetrical Factorial Experiments", *Technometrics*, 4, 21-46.

AGRAWAL, V. ve A. DEY (1982), "A Note on Orthogonal Main Effect Plans For Asymetrical Factorials", *Sankhya Ser.* B, 44, 278-282.

CHACKO, A., DEY, A. ve G.V.S. RAMAKRISHNA (1979), "Orthogonal Main Effect Plans for Asymetrical Factorials", *Technometrics,* 21, 269-270.

DEY, A. ve G.V.S. RAMAKRISHNA (1977), "A note On Orthogonal Main Effect Plans", *Technometrics,* 19, 511-512.

DEY, A. (1985), *Orthogonal Fractional Factorial Designs,* New York: John Wiley&Sons.

HEDAYAT, A. ve W. D. WALLIS (1978), "Hadamard Matrices and their Applications", *Annals of Statistics*, 6, 1184-1238.

MARGOLIN, B. H. (1968), “Orthogonal Main Effect 2n.3m Designs and Two Factor Interaction Aliasing”, *Technometrics,* 10, 559-573.

NIGAM, A. K. ve V. K. GUPTA (1985), “Orthogonal Main Effect Plans Using Hadamard Matrices”, *Technometrics*, 27, 37-40.

RAGHAVARAO, D. (1971), *Constructions and Combinatorial Problems in Design of Experiments*, New York: John Wiley&Sons.

WU, C. F. J. ve M. HAMADA (2000), *Experiments Planning, Analysis, and Parameter Design Optimization*, New York: John Wiley&Sons.

EKLER

TabloEk 1. *4.2^{20} (24)*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
-3	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
-3	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
3	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
-3	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
-3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
-3	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
3	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
3	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1
3	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1
-3	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1

Tablo Ek 2. ***$4^3.2^{38}$ (48) Planı (1-19 sütun)***

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-3	3	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
-1	3	-3	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	-3	3	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
1	-3	-3	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1
-1	3	-3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
-1	-3	3	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	-3	-3	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-3	-3	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	3	-3	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	3	3	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	3	3	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
3	-3	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	3	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
-3	-3	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
-3	3	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1
3	3	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1
-3	-3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
-3	3	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
-3	3	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1
3	3	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
3	-3	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1
3	-3	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
-3	-3	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
-3	1	-3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-3	-1	-3	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
3	1	3	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
3	-1	-3	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1
-3	-1	3	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1
3	1	3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
3	-1	-3	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
3	-1	3	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1
-3	-1	3	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
-3	1	3	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1
-3	1	-3	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
3	1	-3	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1

Tablo Ek 2. ***$4^3.2^{38}$ (48) Planı (1-19 sütun) devamı***

22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1
-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1
1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1
-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1

Tablo Ek 3. *$4^2.2^{41}$ (48) Planı (1-19 sütun)*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	3	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-3	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	3	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
-1	-3	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
1	-3	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1
-1	3	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1
-1	-3	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1
1	-3	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
1	3	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
1	3	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
-1	3	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
3	-3	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1
3	3	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1
-3	-3	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
-3	3	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
3	3	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-3	-3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
-3	3	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1
-3	3	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1
3	3	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1
3	-3	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1
3	-3	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
-3	-3	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1
-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1
-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
-3	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1
-3	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
-3	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1
3	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1
3	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1
-3	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1
-3	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1
-3	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
3	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1

Tablo Ek 3. *$4^2.2^{41}$ (48) Planı (1-19 sütun)devamı*

22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1
-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1

Tablo Ek 4. $12.4^3.2^{27}$ *(48)*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-3	3	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
-1	3	-3	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
-1	-3	3	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-3	-3	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	3	-3	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1
-1	-3	3	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-3	-3	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1
1	-3	-3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1
1	3	-3	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
1	3	3	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1
-1	3	3	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
3	-3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
3	3	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1
-3	-3	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1
-3	3	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
3	3	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1
-3	-3	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
-3	3	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1
-3	3	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
3	3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1
3	-3	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
3	-3	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1
-3	-3	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1
-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1
-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
-3	1	-3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-3	-1	-3	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1
3	1	3	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
3	-1	-3	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1
-3	-1	3	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1
3	1	3	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
3	-1	-3	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1
3	-1	3	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1
-3	-1	3	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
-3	1	3	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1
-3	1	-3	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1
3	1	-3	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1

Tablo Ek 4. *$12.4^3.2^{27}$ (48)devamı*

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	2
1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	3
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	4
-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	5
1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	6
-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	7
-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	8
1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	9
-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	10
-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	11
1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	2
1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	3
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	4
-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	5
1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	6
-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	7
-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	8
1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	9
-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	10
-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	11
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1
-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	2
-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	3
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	4
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	5
-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	6
1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	7
1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	8
-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	9
1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	10
1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	11
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	2
-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	3
-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	4
1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	5
-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	6
1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	7
1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	8
-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	9
1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	10
1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	11