International Online Journal of Educational Sciences, 2012, 4 (3), 659-671

iojes

www.iojes.net

International Online Journal of Educational Sciences

ISSN: 1309-2707

Determining the Understandings about the Limit Subject in Mathematics by Using Repertory Grid Technique*

Serdar Aztekin[1]

[1]*Gazi University, Faculty of Education, Department of Primary School Teaching, Turkey.*

ARTICLE INFO

Article History:
Received 17.12.2011
Received in revised form 23.01.2012
Accepted 16.02.2012
Available online 15.12.2012

ABSTRACT

The purpose of this study is to examine repertory grid methodology as a way of capturing the cognitive levels and contradictions of teacher candidates about the limit subject in mathematics. For application, 5 prospective math teachers were chosen from the second-semester calculus classes in the department of mathematics education at a metropole university. Four of them participated in the study from start to finish and the data were collected in four sessions. Repertory grids were elicited in the first and last sessions by interviewing individually. The relationships between constructs were determined by calculating difference scores and correlation scores (Cohen, Manion ve Morrison, 2000; Bannister ve Mair, 1968). The relationship figures were formed by cluster analysis to show the relationships between constructs. The report focuses on affects of experimental sessions to 2 participants' informal models which involve notions like "reachability of limits", "closeness" etc. The results of the study revealed that the repertory grid methodology is successful on bringing up the cognitive levels and contradictions of participants and determining the critical points of the subject. Their informal models about limit subject were affected by the sessions designed to alter them.

© 2012 IOJES. All rights reserved

Keywords:
Personal Construct Psychology, Repertory Grids, Repertory Grid Technique, Construct, Limit

Extended Summary

Purpose

Repertory grid methodology was firstly developed by George Kelly as a research tool for his Personal Construct Psychology (Kelly, 1955). As in Williams' study (2001), repertory grid methodology was used to describe the informal models about the limit concept but this time it was applied to prospective math teachers and the study was developed according to their cognitive levels. This study can be thought as the continuation of Williams' study. The purpose of this study is to examine repertory grid methodology as a way of capturing the cognitive levels and contradictions of prospective math teachers about the limit subject in mathematics.

Method

For application, 5 prospective teachers were chosen from the second-semester calculus classes in the department of mathematics education at a metropole university. Four of them participated in the study from start to finish and the data were collected in four sessions. During each session, participants' definitions of limit were explored and discussed. Repertory grids were elicited in the first and last sessions by

* This text was produced from master thesis submitted to Institute of Educational Sciences of Gazi University.

[1] Corresponding author's address: Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Anabilim Dalı, Ankara, Türkiye
e-mail: saztekin@gazi.edu.tr

© 2012 International Online Journal of Educational Sciences (IOJES) is a publication of Educational Researches and Publications Association (ERPA)

interviewing individually. During the second and the third sessions, prospective math teachers were asked to respond to a series of tasks. 10 written statements about limits were used to elicit constructs. After all constructs had been elicited, subjects were asked to rate all 10 elements on a 5-point scale. The result of the procedure was a matrix in which each row represented one construct and consisted of a series of ten ranking (one for each element) on a 5-point scale. The relationships between constructs were determined by calculating difference scores and correlation scores (Cohen, Manion ve Morrison, 2000; Bannister ve Mair, 1968). The relationship figures were formed by cluster analysis to show the relationships between constructs.

Results

The report focuses on 2 of the 4 prospective teachers who partcipated in the study. At the beginning, the first participant had constructs like "the limit is a number which is unreachable" and he did not accept the statements which are close to the formal definition of limit. Conflicting images could be seen in his first construct relationship figures. The second participant was more academically succesfull than the other and more chorent images were arised in his first repertory grid and relationship figure. In his first figure "continuity" and "limit is not a boundary" constructs were emphasized. The participants distinguished between practical and theoretical aspects of limit throughout the sessions, but both aspects were refined as they attended the middle sessions. In the second repertory grids and relationship figures it could be met more clear and coherent construct relationships. It can be said that the grid of the first participant was looked like the grid of the second participant at the end of the study. In Parallel with Williams' study, participants' figures seemed to emphasize "closeness". In summary, what interviews reveal as fundamental in their experience throughout the four sessions is reflected in their relationship figures as constructed from their repertory grids.

Discussion

Writing an exact formal definition does not mean that the understandings are suitable to formal definition. Even if the prospective teachers can write the formal definition of limit, they can have different informal models about limit. In this study particularly different understandings involving reachability of limits were arised. Repertory grid technique allowed aspects of the limit notion that were personally meaningful for both participants to emerge, rather than only those which were part of the researcher's agenda. One of the positive aspects of the technique is that the participants form their own constructs with the interviewer and you can use either qualitative or quantitative techniques for eliciting and analyzing these constructs. However obtaining elements for different math concepts, which are used in the interviews, needs math experts and they must be prepared carefully for getting better results. The researcher must particularly be careful about determining elements in a repertory grid study (Yorke, 1978). Although this technique is generally qualitative and needs more time, computer programs which can do quantitative analysis of the repertory grids can reduce the time spent.

Conclusion

Although the methodology of this study is not free of interpretation, it nevertheless allows for a greater chance for students' idiosyncratic thinking to emerge. This kind of studies can be useful for clarifying the informal models of math prospective teachers and can help for increasing their care about different math concepts. Repertory grid methodology, viewed as a means of capturing construct relationships, offers promise for exploring students' informal approaches to understanding.

Repertuar Çizelge Tekniği ile Matematikteki Limit Kavramı ile İlgili Anlayışların Belirlenmesi*

Serdar Aztekin[1]

[1]*Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Anabilim Dalı, Türkiye.*

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihçesi:
Alındı 17.12.2011
Düzeltilmiş hali alındı 23.01.2012
Kabul edildi 16.02.2012
Çevrimiçi yayınlandı 15.12.2012

ÖZET

Bu çalışmada kişilerin bir konu ile ilgili bilişsel seviyelerini, yapılarını (constructs) ve çelişen düşüncelerini ortaya çıkarmak için kullanılan repertuar çizelge tekniği matematikteki limit konusuna uygulanmıştır. Uygulama bir metropol üniversitesinin eğitim fakültesinin Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü'nde Genel Matematik dersini alan 4 öğretmen adayı ile yapılmıştır. Limit konusu ile ilgili yapılan bir sınava ve vize sınavı sonuçlarına göre 5 katılımcı seçilmiş ve bunlardan 4'ü ile 4 oturumdan oluşan bir çalışma yapılmıştır. İlk ve son oturumlarda, mülakat yöntemi ile katılımcıların repertuar çizelgeleri çıkarılmıştır. Ara oturumlar ise ders anlatımı ve etkinlik uygulamaları şeklinde geçmiş, katılımcılara limitle ilgili farklı anlayışlar sunulmuştur. Bu çalışma ile hem adayların kavram imajları (concept image) ortaya çıkarılmaya çalışılmış, hem de kavram imajlarının ve zihinsel modellerinin ara oturumlarda yapılan etkinliklerden ve derslerden nasıl etkilendiği belirlenmeye çalışılmıştır. Repertuar çizelgelerinin oluşturulmasıyla elde edilen yapılar arasındaki ilişkiler küme analizi ile belirlenmeye çalışılmış ve katılımcıların limit konusunu anlayışlarıyla ilgili şemalar oluşturulmuştur. Bu çalışma iki adayın limitle ilgili, "yakınlık" ve "limite ulaşılabilirlik" gibi kavramlar içeren anlayışlarına odaklanmaktadır. Sonuç olarak, matematik eğitimi araştırmalarında kullanıldığında repertuar çizelge tekniğinin öğretmen adaylarının kavram imajlarını, bilişsel seviyelerini, yapılarını ve çelişen düşüncelerini ortaya çıkarmada başarılı olduğu, ayrıca konunun kritik yönlerinin belirlenmesine yardımcı olduğu görülmüştür.

© 2012 IOJES. Tüm hakları saklıdır

Anahtar Kelimeler:
Kişisel Yapı Psikolojisi, Repertuar Çizelgeleri, Repertuar Çizelge Tekniği, Yapı, Limit

Giriş

Matematik eğitiminde öğrencinin konuyu ne kadar, hangi yönde ve nasıl kavradığını ortaya çıkarmak, bunu ortaya çıkarırken öğrencinin bilişsel savunma mekanizmasını aşabilmek, öğretmene konunun önemli yönlerini maddeler şeklinde sunabilmek bir gereksinimdir. Bu gereksinim doğrultusunda, psikolojide yaygın olarak kullanılan kavram analiz teknikleri ile öğrencilerin matematik konularıyla ilgili oluşturdukları kendi modellerinin ve kavram imajlarının daha iyi belirlenebileceği düşünülmektedir. Repertuar Çizelge Metodolojisi İlk defa Kelly (1955) tarafından geliştirilen kavram analiz tekniklerinden biridir. Daha sonra metot daha da geliştirilerek çok farklı alanlarda kullanılmaya başlanmıştır. Matematik eğitimi literatüründe; öğretme, öğrenme veya motivasyon hakkındaki duyuşsal bilgi yapılarını (Taylor, 1992; Middleton, 1995; Legnink ve Prediger, 2003); geometri ve bilgisayar programları gibi belirli alanlardaki kavramsal bilgi yapılarını (Lehrer ve Franke, 1992) ortaya koymak için kullanılmıştır. Matematikteki temel kavramlar ile ilgili çalışmalarda ise repertuar çizelge tekniğinin (R.Ç.T.) çok az kullanıldığı görülmektedir (Williams, 2001; Aztekin, Arıkan ve Sriraman, 2010).

Williams (2001) repertuar çizelge tekniğini, hükümlendirmesel (predication) bakış ile beraber öğrencilerin limit kavramı ile ilgili kendi zihinsel modellerini açıklamak için kullanmıştır. Öğrencilerin fiili (actual) sonsuzluk kavramı ile ilgili zihinsel modellerinin limitin literatürde geçen tanımının öğrenilmesine karşı bilişsel engellerin oluşmasına sebep olduğunu ifade etmiştir. Bu çalışma öğrencilerin limit konusu ile ilgili kendi zihinsel modellerine ve kavram imajlarına odaklandığından Williams'ın çalışmasının bir devamı şeklinde değerlendirilebilir.

*Bu makale Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde yapılan yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

[2] Sorumlu yazarın adresi: Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Anabilim Dalı, Ankara, Türkiye
e-posta: saztekin@gazi.edu.tr

© 2012 International Online Journal of Educational Sciences (IOJES) is a publication of Educational Researches and Publications Association (ERPA)

Kelly'nin kişisel yapı teorisinin temeli şudur; kişi dünyayı ona yüklediği anlamların terimleriyle algılar (Kelly, 1955). Bu doğrultuda kişilerin üzerinde kendi kişiliklerini geliştirdikleri temel davranışlar, kavramlar ve algı gerçekliği (perceive reality) kişisel yapıları oluşturur. Repertuar çizelge metodolojisindeki belli başlı kavramlar şunlardır:

Madde (Element) : Bireyin çevresini oluşturan kişileri (kendisi de dahil), ona ait şeyleri ve onunla ilgili olayları ifade eder. Buna göre; bireyin akrabalarını bir madde olarak kabul edebileceğimiz gibi, bir konudaki anlamları da bir madde olarak kabul edebiliriz. Örneğin "limit; bir sayıya yaklaşırken, fonksiyonun değerlerinin o sayının değerine yaklaşmasıdır" düşüncesi limit konusu ile ilgili bir maddeyi oluşturur.

Yapı (Construct) : Birey tarafından maddeleri ayırmak ve değerlendirmek için kullanılan "boyutları veya referans eksenlerini (reference axes)" ifade eder. Metodolojik olarak, Kelly (1955) bir yapıyı, "İki maddenin benzer ve bir üçüncüsünden farklı olma şekli" olarak tanımlamıştır (S. 61). Bir yapıyı oluşturmanın yaygın bir metodu; katılımcılara ilgi listesinden seçilen 3 madde vermek ve onlardan, maddelerden ikisinin nasıl benzer olduğunu ve buna göre üçüncüden nasıl farklı olduğunu göstermelerini istemektir (triadic elicitation). Başka bir şeklinde ise katılımcılardan sadece 2 maddeyi kıyaslaması ve karşılaştırması istenir. Her iki durumda da elde edilen sonuç, karşılaştırılan maddelerden birinin özelliği ile gösterilen 2 kutuplu bir "yapı"dır.

Repertuar Çizelgesi: Kişinin kişisel "yapıları" ile özel "maddeler" arasındaki ilişkileri gösteren tablodur. Tablo, enine ve boyuna yerleştirilen yapı ve madde isimlerinden ve kişinin maddeleri yapılara göre değerlendirmesi sonucunda tabloya yerleştirdiği işaretler veya sayılardan oluşur. Bir repertuar çizelgesi oluşturulurken ileri derecede yapılandırılmış bir görüşme yürütülür.

Yöntem

Bu araştırma repertuar çizelge tekniğinin kullanıldığı bir nitel araştırmadır. Ayrıca repertuar çizelgelerin analizinde nicel analiz yöntemlerinden de yararlanılmıştır. Araştırmada 2002-2003 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde bir metropol üniversitesinin eğitim fakültesinin Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü'nde öğrenim gören ve Genel Matematik dersini alan öğretmen adayları ile çalışılmıştır. Pilot çalışma için ise farklı metropol üniversitelerinde öğrenim gören 3 öğretmen adayı ile çalışılmış ve gerekli görülen düzeltmeler araştırmadan önce yapılmıştır.

Çalışma sırasında araştırmaya katılan öğretmen adayları birinci sınıfta olup genel matematik dersini almaktaydılar. Katılımcılar 51 kişilik bir sınıftan dersin ilk sınavı sonucundaki başarı durumlarına, dersi veren öğretim üyesinin kanaâtine ve daha önceki araştırmalarda (Williams, 2001; Çolak, 2002) kullanılan limiti anlamalarıyla ilgili bir sınava verdikleri cevaplara göre seçilmiştir. Seçilen öğrencilerin başarı durumlarının sınıfa göre yüksek ve daha düşük olacak şekilde farklı olmasına dikkat edilmiştir. Katılımcılardan biri çalışmaya devam edemeyecek durumda olduğu için yapılan ilk görüşmeden sonra araştırmadan çıkarılmıştır. Genel matematik dersini veren öğretim üyesine ve bu dersten aldıkları notlara göre, repertuar çizelgesi çıkarılanlardan ikisi çok başarılı, diğer ikisi ise orta seviyede başarılı öğrencilerdir. Limit konusuna yönelik hazırbulunuşluklarının belirlenmesi için yapılan kısa sınavdan aldıkları puanlar ise aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1. Katılımcıların kısa sınavdan aldıkları puanlar

Katılımcılar	1.	2.	3.	4.
Kısa Sınav Notu (15)	7	12	8	8

Metodun Uygulanması

a. Uygulamanın prosedürü. Katılımcılar, araştırmacı ile 4 haftaya dağılmış bir şekilde, bireysel olarak 4 oturuma katılmışlardır. Her oturum boyunca, öğrencilerin limit tanımları ortaya çıkarılmaya çalışılmış ve tartışılmıştır. 1. ve 4. oturumlarda, mülakat yöntemi ile maddeler kullanılarak öğrencilerin limit ile ilgili yapıları belirlenmeye çalışılmıştır. Daha sonra öğrencilerden bu yapılara göre oluşan repertuar çizelgesini doldurmaları istenmiştir. Repertuar çizelgeleri, bu şekilde 1. ve 4. oturumda elde edilmiştir. Araştırmanın başında katılımcıları seçmek için yapılan limit konusu ile ilgili sınav, son repertuar çizelgeleri elde edilmeden önce katılımcılara tekrar uygulanmıştır. Uygulanan sınav Williams'ın (2001) limit ile ilgili çalışması için hazırladığı kısa bir sınavın çevrisidir. Davis ve Vinner (1986) tarafından kullanılan sorulara dayanmaktadır. Sınavın çevirisi uzman görüşleri ile güvenilir hale getirilmiştir. Ara oturumlar ise değişik öğretme ve öğrenme yaklaşımlarının uygulandığı 4 kişilik sınıfta yapılan bir ders şeklinde geçmiştir. Derste özellikle öğrencilerin zorlandığı hareket, ulaşabilirlik gibi belirli kavram temaları (conception themes) üzerinde durulmuştur.

***Kısa sınavdaki önerme ve sorular*:**

I) Aşağıda bulunan limit hakkındaki 6 önermeyi doğru (D) yada yanlış (Y) olarak işaretleyiniz.

1.(D) (Y) Limit, x belirli bir noktaya doğru hareket ederken bir fonksiyonun nasıl hareket edeceğini (davranacağını) açıklar.

2.(D) (Y) Limit, bir fonksiyonun gidemediği, ötesine geçemediği bir sayı veya noktadır.

3.(D) (Y) Limit, x değerleri sınırlandırılarak bir fonksiyonun y değerlerinin istenildiği kadar kendisine yaklaştırılabildiği bir sayıdır.

4. (D) (Y) Limit, fonksiyonun çok yaklaştığı ama hiçbir zaman ulaşamadığı bir sayı veya noktadır.

5. (D) (Y) Limit, (istenilen ölçüde) kusursuz ve tam bir şekilde yapılan yaklaşımdır.

6. (D) (Y) Limit, verilen bir sayıya yakın, daha yakın olan sayıların yerleştirilmesi ile belirlenir. Bu işlem limite ulaşıncaya kadar sürer.

II) Anladığınız kadarı ile yukarıdaki ifadelerden hangisi limiti en iyi şekilde açıklar? (Birini yuvarlak içine alınız.)

1. 2. 3. 4. 5. 6. Hiçbiri

III) "Limit" kelimesinden ne anladığınızı birkaç cümle ile yazınız. Yani; " $x \to a$ iken bir f fonksiyonunun limiti L sayısıdır. " diye söylemenin ne anlama geldiğini açıklayınız?

IV) Mümkünse, limitin kesin bir tanımını yazınız?

b. Uygulamada üzerinde durulan kavram temaları. Tekniğin limit konusuna uygulanması sırasında dört tema üzerinde durulmuştur. Bu temaların belirlenmesinde limit ile ilgili literatürden ve uzman görüşlerinden yararlanılmış ve özellikle Williams'ın (2001) limit ile ilgili çalışmasında ele aldığı ve uyguladığı temalar takip edilmiştir:

1.Tema (Ulaşılabilirlik). Limite ulaşılıp ulaşılamadığıdır. Her ne kadar öğrencilerin ifadeleri çok net olmayabilse de, öğrenciler sık sık fonksiyonun aldığı değerlerin limite ulaşamadığı düşüncesini taşımaktadırlar.

2.Tema(Hareket). Limitin dinamik doğası ile ilgilidir. Limite genelde bir sayı veya bir sürecin sonucundan çok bir süreç olarak bakılmaktadır. Bu süreç bazen literatürde geçen tanımın ortaya koyduğu statik bir ifadenin tersine hareket kavramı içeren dinamik bir limit kavramının ifadeleriyle şekillendirilmektedir.

3.Tema(Sınır). Limiti bir sınır olarak düşünmekle ilgilidir. Öğrenciler sık sık limiti sınır, asimtot veya geçilemeyen bir nokta olarak algılamaktadırlar.

4.Tema(Tanım). Williams (2001), diğer çalışmalardan farklı olarak öğrencilerin limit ile ilgili epistemolojik ve metafiziksel inanışlarını, yanlış ön bilgilerini, önyargılarını vb. ayrı bir tema olarak ele almıştır. Matematiksel doğruluğu oluşturan literatürde geçen ve geçmeyen dilin kullanımına, literatürdeki ve bunun dışındaki öğrencilere ait ispatların rolüne dikkat çekmiştir. Araştırmacı ise daha genel bir şekilde, dördüncü tema olarak literatürde kullanılan tanımın öğrenilememesini veya anlaşılamamasını ele almıştır.

Çalışmayı bu temalar yönlendirmiştir ve maddeler bunlara göre tespit edilmiştir.

c. Maddelerin elde edilmesi. 1. ve 4. oturumda elde edilen repertuar çizelgelerinin oluşturulmasında yazılı önermelerden oluşan aşağıdaki maddeler listesi kullanılmıştır. Bu maddeler yukarıda bahsedilen limit temalarıyla ilgili 10 önermeden oluşmaktadır. Önermeler hangi temayı ifade ediyorsa o temanın baş harfi ile kodlanmış, eğer önerme bir temanın olmadığını ifade ediyorsa o temanın baş harfinin önüne eksi işareti yerleştirilmiştir. Örneğin ilk madde limitin ulaşılamaz (-U) bir sınır (S) olduğunu ifade etmektedir.

Yapıların elde edilmesi için kullanılan maddeler

Madde 1: (S , -U Limit, verilen bir tolerans miktarı içinde fonksiyonun aldığı bir değerin bir çeşit tahminidir. x 'i sınırlandırarak iyi, daha iyi tahminler elde edebilirsiniz, bundan dolayı tolerans miktarı gittikçe küçülür, fakat fonksiyon hiçbir zaman limitine ulaşamaz. Limit gerçekte bir yaklaşımdır, tam olarak bir sayı değildir. Eğer sayıları s'ye yakın yerleştirirseniz, limite yaklaşabilirsiniz, fakat ötesine geçemezsiniz.

Madde 2: (-U) Limit, fonksiyonun ona yakın değerler aldığı fakat hiçbir zaman tam eşit olmadığı bir sayı veya noktadır. x → s iken f(x)'in limitini alırsanız, fonksiyonu limite istediğiniz kadar yakın yapabilirsiniz, fakat aslında (x 'in hiçbir zaman s'ye eşit olmadığı gibi) fonksiyon da hiçbir zaman limite eşit olmaz. Limit aldığınızda, x'in s'ye gerçekten eşit olup olmadığı ile ilgilenmezsiniz, sadece yakın olmasıyla ilgilenirsiniz. f(x) için de düşünce aynıdır. f(x)'in limitten daha büyük ya da daha küçük olması sorun olmaz, önemli olan yalnızca limite yakın olmaktır. Hatta f(x) limite eşit ise, gerçekte bir limitiniz olmaz.

Madde 3: (-U, H, S) Limit, x bir sayıya yaklaşırken bir fonksiyonun maksimumudur (veya minimumudur). O sayıya yaklaştıkça fonksiyonun değerleri limit sayısı tarafından yakalanır (çekilir). Buna göre limit, fonksiyonun değerlerinin (diğer tarafa) geçip gidemeyeceği bir nokta veya sayıdır; aslında değerler hiçbir zaman limite ulaşmaz, fakat yaklaşır.

Madde 4: (T , -H) s, L ∈ R olmak üzere, eğer s'nin yakınındaki sayıların değerleri L'nin yakınında ise f fonksiyonunun x→s iken bir limiti vardır. Yani, L'nin etrafında çizdiğiniz herhangi bir küçük aralık için, s'nin etrafında bir aralık bulabilirsiniz, öyle ki s'nin etrafındaki aralıkta bulunan bütün x değerleri için L'nin etrafındaki aralıkta herhangi bir yerde fonksiyon değerleri vardır.

Madde 5: (-U, H) Limit, x herhangi bir s sayısının daha yakınına doğru hareket ettiği zaman f(x) limitin daha yakınına doğru hareket ediyor demektir. f(x) limite son derece yakın olur fakat ona hiçbir zaman dokunmaz.

Madde 6: (U, H, S) Bir fonksiyon belirli bir sayıya doğru hareket eder ve ona gittikçe yakın ve daha yakın olursa, o sayı limittir. Bundan dolayı limit bir fonksiyonun kendisine doğru büyüdüğü fakat öte tarafa geçmediği bir sayı veya noktadır. Bu sanki bir duvara doğru yolun yarısına kadar yürümek, daha sonra tekrar geriye kalan yolun yarısı kadar yürümek ve böyle devam etmek gibidir. Burada duvar limit gibidir. Daha yakına hareket etmeye devam edersiniz ve en sonunda limite ulaşırsınız, aynen duvara ulaştığınız gibi.

Madde 7: (T) Limitler hakkında önemli olan "yakınlık" düşüncesidir. x'in limiti s'ye yaklaşır dediğiniz zaman bu; "Eğer x s'ye yakın ise, f(x) de limite yakındır." demektir. Bu tanımın söylemeye çalıştığı şeydir. Tanımın ana fikri limite istediğiniz kadar yaklaşabileceğinizi ifade eder. Burada söylenilen şudur; "x s'ye yeterince yakın yapılarak f(x) limite istendiği kadar yakın yapılabilir ve bu f(x)'in limite istendiği kadar yakın olması için x'in s'ye ne kadar yakın olması gerektiği söylenerek gösterilebilir. Delta-epsilon tekniği dediğimiz şey tamamıyla budur."

Madde 8: (T) Sadece sayının yakınına noktalar yerleştirerek limiti belirleyemeyebilirsiniz, çünkü sadece sonlu sayıda nokta yerleştirebilirsiniz ve bu size fonksiyona gerçekte ne olduğunu söylemek için yeterli değildir. Noktaya daha yakın olduğumuz zaman bu farklı olabilir. Gerçekten sayıya istediğiniz kadar yakın olabileceğinizi ve fonksiyonun hâlâ limite yakın olduğunu kanıtlamanız gerekir. Limit teoremlerine ihtiyaç duymamızın sebebi budur.

Madde 9: (U , -T) Limiti bulmak, tanımı anlamaktan çok daha kolaydır. Bir limiti bulmaya ihtiyaç duyduğunuzda, sadece sayıyı yerine koyarsınız. Örneğin x, 0'a yaklaşırken f(x)'in limitini bulmak gibi, 0'ı f(x)'te yerine koyarsınız. Bu işe yaramaz ise, biraz cebir kullanırsınız, bazı sadeleştirmeler yapar ve tekrar denersiniz. Tanım "yakınlaşmak" tan bahseder ve hepsi budur, fakat problemler ile çalıştığınızda; limit, değeri yerine koyduğunuzda elde ettiğiniz şey haline gelir.

Madde 10: (U , H , -T) Bir limiti resmetmek isterseniz x'in bir sayıya yakın, daha yakın şekilde hareket ettiğini ve ona bağlı grafik üzerindeki noktanın grafik boyunca limite yakın, daha yakın olacak şekilde hareket ettiğini resmediniz: Sadece fonksiyonun grafiğindeki bir noktaya yaklaşırsınız ! Fonksiyon limit noktasına doğru gider ve noktalar limit noktasına doğru sadece grafik boyunca hareket ederler. Ne kadar yakına gelebildikleri hakkında bir sınırlama yoktur ve en sonunda, x sayıya ulaştığında, fonksiyon da limite ulaşır.

Yapıların ve çizelgelerin elde edilmesi için kullanılan bu maddeler Williams'ın (2001) literatürden, bir pilot anketten, cebir dersini alan öğrencilerle yapılan pilot çalışmadan ve öğrenci önermelerinden elde ettiği bir çalışmanın sonucudur. Maddeler araştırmacı tarafından öğrencilerin anlayabileceği şekilde Türkçe'ye çevrildi ve uzman görüşleri alınarak öğrencilerin seviyelerine göre bazı eklemeler ya da çıkarmalar yapıldı. Amaç öğrencileri, özellikle 4 yanlış anlaşılan konunun bulunduğu (bir limite ulaşılamaz, limit hareket içerir, limit bir sınırdır ve literatür dışı tanımlar) önermelerle karşılaştırmaktı. Önermeler, öğrencilerin limit anlayışları açısından önemli gördükleri diğer yapıların çıkarılmasını sağlamak için mümkün olduğu kadar yakın hazırlanmaya çalışılmış, önemli temaların herhangi birinin unutulmadığından emin olmak için mezun öğrenciler tarafından yeniden gözden geçirilmiştir.

ç. Yapıların elde edilmesi. Çalışmada yapıları belirlemek için yukarıda elde edilen maddeler kullanılmıştır. Yapılar, "mülâkat" yöntemi ile ikili şekilde maddeler karşılaştırılarak ortaya çıkarılmıştır. Her bir öğretmen adayından elde edilen yapı sayısı diğerlerine göre farklı olmuştur. Yapıların elde edilmesinde aşağıda açıklanan prosedür takip edilmiştir:

Katılımcıya 2 madde verilmiş ve ondan, 2 maddenin benzer veya farklı olup olmadığını, neden veya nasıl böyle olduğunu açıklaması istenmiştir. Katılımcı sözlü açıklamalarla bu soruları yanıtlamıştır ve bu açıklamalar kaydedilmiştir. İhtiyaç hissedildiğinde, örneğin özellikle 2 yapının sözlü açıklamaları aynı gibi gözüktüğü zaman açıklama istenmiştir. Araştırmacı katılımcının kelimelerinden bir kaçını, ortaya çıkan yapı için etiket olarak kullanmak üzere seçmiştir. Katılımcının seçtiği bir kelime de zıt olan yapıya etiket olarak kullanılmıştır. Bu prosedür ikinci bir çift madde için de tekrarlanmıştır ve bu süreç, araştırmacı ve katılımcı not edilecek daha fazla bir farklılık ya da benzerlik olmadığına inanıncaya kadar devam etmiştir. Genel olarak görüşmelerde değerlendirilen madde çifti sayısı 5 ile 8 arasında değişmiştir. Bu görüşmeler maddelerin derecelendirilmesi ile beraber ortalama 1 saat kadar sürmüştür. Madde çiftleri bütün öğrencilere aynı sırada sunulmuştur. İlk 4 çift (7–10, 2-6, 3- 10, 4-9) şeklinde seçilmiştir, çünkü görülebileceği gibi hareket, ulaşılabilirlik, sınırlılık ve resmi tanıma bakışın karşıt noktalarını ifade ediyorlar. Bu 4 çiftten sonra rast gele seçilen madde çiftleri de sunulmuştur. Yapıların katılımcıya teklif edilmesi yerine, yapıların katılımcı ile beraber ortaya çıkarıldığından emin olmak için her yola başvurulmuştur.

d. Çizelgelerin elde edilmesi. Bütün yapılar ortaya çıktıktan sonra, araştırmacı tarafından belirlenen 3 yapı daha çizelgeye eklenmiş (örneğin maddenin doğru olup olmadığı ve katılımcının maddeyi tercih edip etmediği, beğenip beğenmediği vb.) ve katılımcılardan maddelerin hepsini yapılara göre derecelendirmeleri istenmiştir. Bütün maddeler katılımcı tarafından 5 puanlı bir ölçü ile derecelendirilmiştir. Örneğin; oluşan bir yapının kutbu için 5, tam yansıtıyor; 4, iyi derecede; 3, madde bu yapıya göre ortada; 2, çok az yansıtıyor; 1, hiç yansıtmıyor veya karşıt anlamındadır. Bu şekilde, her bir maddenin oluşan yapıların terimleri şeklinde derecelendirilmesine devam edilmiştir. Her bir yapı maddelere uygulanıncaya kadar bu işlem devam etmiştir. Bu prosedürün sonucunda her bir satırda bir yapının gösterildiği ve 10 sütunluk bölümü (her bir madde için 1 tane) 5 puanlık bir ölçüye göre derecelendirilmiş bir tablo oluştu. Bir madde için 5 ölçüsü yapının oluşan kutbunun (sol tarafta) o maddeye kuvvetli bir şekilde uygun olduğunu, 1 ölçüsü ise karşı kutbun kuvvetli bir şekilde uygun olduğunu göstermektedir.

e. Çizelgelerin analizi. Cevap esnekliği ve geniş değerlendirme olanağı sunduğundan dolayı çalışmada repertuar çizelgelerinin derecelendirme şekli (rating-order form) kullanılmış ve küme analizi ile yapılar arasındaki ilişkilere bakılıp, ilişki kümeleri (clusters) oluşturulmuştur. Bunun için yapıların derecelendirmeleri arasındaki farklardan yola çıkarak kolayca hesaplanabilen ilişki değerlerinin yanı sıra yapıların derecelendirmeleri arasındaki korelasyon değerlerinden yararlanılmıştır (Cohen, Manion ve Morrison, 2000; Bannister ve Mair, 1968). Analiz sonuçlarının gösterimi için yapı ilişkilerini gösteren şekilleri oluştururken Williams'ın (2001) hükümlendirmesel yapıların repertuar çizelgelerinde kullanılmasıyla ilgili çalışmasından ve Smith'in (1995) oluşturduğu yapı ilişkilerini gösteren şekillerden yararlanılmıştır. Şekillerde, aralarındaki korelasyon değeri anlamlı bulunan yapılar arasındaki ilişkileri göstermek için geometrik şekiller kullanılmıştır. Burada amaç, yapı ilişkilerinin topluca şekilsel bir gösterimini sağlamaktır (Aztekin, 2003).

Bulgular

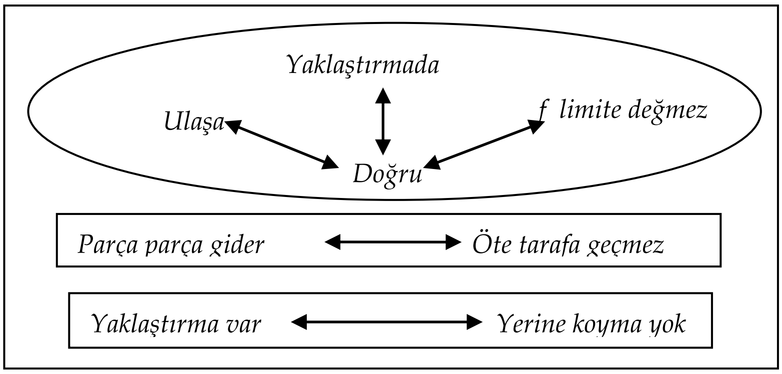
Çalışmaya katılan ve yapılan sınavlara göre akademik başarısı yüksek ve daha düşük seviyede olan iki öğretmen adayına ait bulgular aşağıda verilmiştir. Bu iki öğretmen adayı birinci ve ikinci katılımcı olarak adlandırılmıştır.

1. Katılımcının Repertuar Çizelgesi ve Analizi

Birinci katılımcı kısa sınavda en düşük puanı alan ve genel matematik dersindeki notu diğerlerine göre en düşük olan katılımcıydı. İlk sınavda "$x \to a$ iken bir f fonksiyonunun limiti L sayısıdır." ifadesinin açıklamasını "fonksiyonu sağdan ve soldan takip ettiğimizde, x=a noktasında bu takip edilen fonksiyon L oluyor. x=a da L olup olmaması bizi ilgilendirmiyor. Önemli olan a'nın alt ve üst değerlerinde fonksiyonun aldığı değerdir. İşte o zaman L olursa limit L oluyor." şeklinde yapmıştır. Birinci katılımcı, sınavdaki (Şekil 1) 3. ve 5. önermeyi "yanlış" olarak, 2. ve 4. önermeyi "doğru" olarak işaretlemiştir. Sınavın dördüncü kısmında limitin tanımını tam olarak yazmasına rağmen limitin tanımına en yakın olan; limitin, L sayısına kusursuz bir yaklaşım olması gibi önermeleri kabul etmemiştir ve limit tanımında limit değerine ulaşmanın önemsiz olduğunu vurguladığı gibi limiti ulaşılamaz bir sayı olarak ele almıştır. Bunun yanında limit tanımında ve yazdığı açıklamada limit değerine sağdan ve soldan yaklaşmaya dikkat çekmesine rağmen limiti, ötesine geçilemeyen bir nokta olarak değerlendirmiştir. Limitin en iyi tanımı olarak sınavdaki, yakınlık ve ulaşmadan bahseden 6. önermeyi işaretlemiştir. İlk önermeyi "doğru" olarak işaretlemiş, hareket kavramını kabul etmiş ama daha sonraki mülakatlarda ve derslerde araştırmacı, hareketin sadece sözlü bir ifade olarak kullanıldığını, birinci katılımcıya göre limit konusunda hareket kavramının önemli bir rolü olmadığını gözlemlemiştir. Tall ve Vinner'ın (1981) ifade ettiği gibi, "Kavram imajı geliştikçe, her zaman tutarlı olmayabilir... farklı zamanlarda, çelişiyor görünen imajlar çağrışım yapabilir (s.152)." Sonuç olarak birinci katılımcının başlangıçtaki limiti anlamasında uyuşmazlıklar ve limitin açıklamasında yetersiz ifadeler bulunmaktadır. Elde edilen yapılara göre birinci katılımcının ilk repertuar çizelgesi aşağıdadır ve analiz sonucu, yapı ilişkileri ve yapı ilişkilerini gösteren ilk şekli bu çizelgeye göre oluşturulmuştur.

Tablo 2. Birinci katılımcının ilk repertuar çizelgesi

OLUŞAN YAPI (5)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	KARŞIT YAPI (1)
Yaklaştırma var	5	5	5	3	5	5	5	5	1	5	Yaklaştırma yok
Ulaşabilir	1	1	1	5	1	5	1	1	5	5	Ulaşamaz
Limiti Arama var	3	5	3	5	5	5	5	5	5	5	Limiti arama yok
Öte tarafa geçer	1	1	1	1	1	5	1	1	1	1	Öte tarafa geçmez
Limite değer	1	1	1	1	1	5	1	1	5	5	Limite değmez
Parça parça gider	5	0	5	5	5	1	5	1	5	5	Bir anda gider
Limitin yörüngesine girer	1	1	5	1	5	1	1	1	1	1	Girmez
Yerine koyma var	1	1	1	1	1	1	1	1	5	1	Yerine koyma yok
Tahmini değer	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	Tahmini değer değil (tam)
Yaklaşmada sınırlama var	1	1	1	1	1	5	1	1	5	5	Yaklaşmada sınırlama yok
Doğru	5	5	5	1	5	1	5	5	1	1	Yanlış
Hoş	5	5	3	1	3	1	3	5	1	1	Hoş değil



Şekil 1. Birinci Katılımcının Yapı İlişkilerini Gösteren İlk Şekil

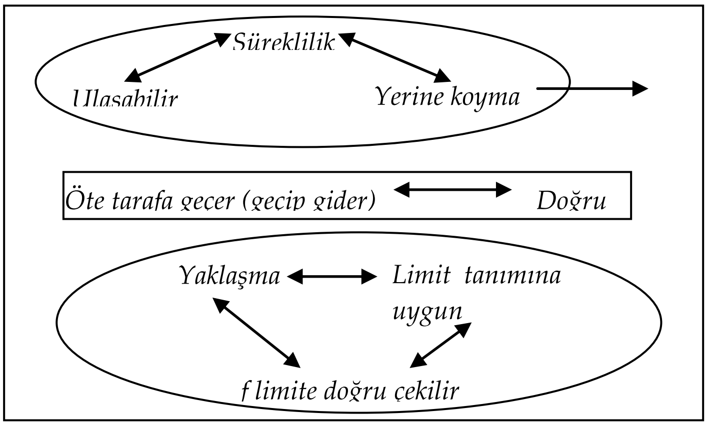
Şekil 1'e göre, limite ulaşılamaz düşüncesine vurgu yapılmış ve bu farklı söylemlerle ifade edilmiştir. "fonksiyon limit değerine ulaşamaz" ve "fonksiyon limite değmez" gibi yapılar doğru yapısı ile ilişkilendirilmiştir. Diğer yapılar kümesi de kavram imajı açısından oldukça önemlidir. Kavram imajındaki uyuşmazlık, çizelge analizi sonucu ortaya çıkan yapı ilişkilerinde de ortaya çıkmıştır. Araştırmacının değerlendirmesine göre; birinci katılımcının limit konusu ile ilgili kavram imajı literatürdeki limit tanımından uzaktır.

2. Katılımcının Repertuar Çizelgesi ve Analizi

Akademik olarak daha başarılı olan ikinci katılımcının limit tanımı "x, a'ya sağdan ve soldan yaklaştığında f fonksiyonu da belirli bir değere yaklaşırsa işte bu yaklaştığımız nokta, f fonksiyonunun limitini verir" şeklinde olmuştur. Literatürdeki limit tanımına uygun bir şekilde 2. önermeyi "yanlış" olarak, 3. ve 6. önermeleri "doğru" olarak işaretlemiştir. Ayrıca limiti ders kitaplarındaki gibi tanımlamış, literatürdeki limit tanımına benzer bir tanım yazmıştır. Buna karşın anketteki 5. önermeyi "yanlış" olarak işaretlemiştir. Fakat ara oturumlarda yapılan dersler sırasında "bu önermenin doğru olduğunu, limiti alınan fonksiyonun o noktada mutlaka değer alması şeklinde düşündüğünü" ifade etmiş, araştırmacı ikinci katılımcının bu önermeyi yanlış anladığı sonucuna varmıştır. 1. önermeyi "doğru" olarak işaretlemesine karşın hareket kavramı ile ilgili, birinci katılımcıyla aynı durumda olduğu gözlemlenmiştir. Araştırmacıya göre, limit ile ilgili yapılan sınavda en yüksek puanı alan ikinci katılımcının kavram imajı daha tutarlıdır. İkinci katılımcı, 4. önermeyi "doğru" olarak işaretlemiştir. Ancak sonraki görüşmelerde ve derslerde bu önermeyi doğru olarak kabul etmediği araştırmacı tarafından gözlemlenmiştir. Elde edilen yapılara göre ikinci katılımcının repertuar çizelgesi ve hükümlendirmesel yapısı bir sonraki sayfada verilmiştir.

Tablo 2. İkinci katılımcının ilk repertuar çizelgesi

OLUŞAN YAPI (5)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	KARŞIT YAPI (1)
Yakınlık var	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	Yakınlık yok
Ulaşabilir	1	1	1	2	1	5	4	2	4	5	Ulaşamaz
Öte tarafa geçer (geçip gider)	1	3	1	4	4	1	4	4	3	4	Öte tarafa geçme yok
Süreklilik var	1	1	1	2	1	4	4	2	4	5	Süreklilik yok
f limite doğru çekilir	3	4	5	3	4	4	4	4	4	4	Çekilme olmaz
Yerine koyma var	1	1	1	3	1	4	3	3	5	4	Yerine koyma yok
Doğru	4	3	3	5	4	4	4	4	3	4	Yanlış
Hoş	3	3	2	4	3	4	3	2	3	4	Hoş değil
Limit tanımına uygun	2	3	2	4	2	3	2	2	2	3	Uygun değil



Şekil 2. İkinci katılımcının yapı ilişkilerini gösteren ilk şekil

Süreklilik, ulaşabilirlik ve yerine koyarak limiti bulma arasındaki çift yönlü gerektirmeler, ikinci katılımcının temel yapı kümelerinden biridir. İkinci katılımcı, bu yapıların olduğu maddeleri "hoş" yapısına yakın olarak değerlendirmiştir. Buradan süreklilik kavramının, tanımına uygun bir şekilde anlaşıldığı gözlemlenebilir. "Doğru (Bu ifade doğrudur)" yapısı, "öte tarafa geçme (fonksiyonun değeri limit değerini geçer)" yapısı ile ilişkilendirilmiş, limit bir sınır olarak kabul edilmemiştir. Şekildeki 3. temel küme de "yaklaşma" ile "f limite doğru çekilir" yapılarının bilinen limit tanımına uygun olarak görülmemesi, kişisel değerlendirmeler olarak görülmesi ile ilgilidir. Özet olarak ikinci katılımcının yapı ilişkilerini gösteren ilk şeklinde süreklilik kavramı ve limitin sınır olmadığı vurgulanmış, "yakınlık" kavramının ders kitaplarındaki limit tanımı ile ilişkilendirilmesi uygun bulunmamıştır.

Son Repertuar Çizelgeleri, Analizi ve Değerlendirmesi

Son repertuar çizelgelerinin çıkarılmasındaki amaç R.Ç.T. ile öğrencilerin kendi zihinsel modellerinin ve kavram imajlarının değişimini gözlemlemek ve ortaya koymaktı. Yapı ilişkilerini gösteren ilk şekline göre ikinci katılımcının, çalışmanın başında incelediğimiz kavramlarla ilgili daha tutarlı bir kavram imajı vardı ve kendi zihinsel modellerinde çok fazla bir değişme beklenmiyordu. Araştırmacının tahmin ettiği gibi repertuar çizelgesi de çok değişmemiştir. Yalnız yapılar arasındaki ilişkiler ve ayırımlar daha da netleşmiş ve keskinleşmiştir. Kavram imajlarındaki değişimlere örnek olarak birinci katılımcının son repertuar çizelgesi verilmiştir. Birinci katılımcının, özellikle ulaşabilirlik kavramı ile anlayışları literatürdeki limit tanımından farklıydı.

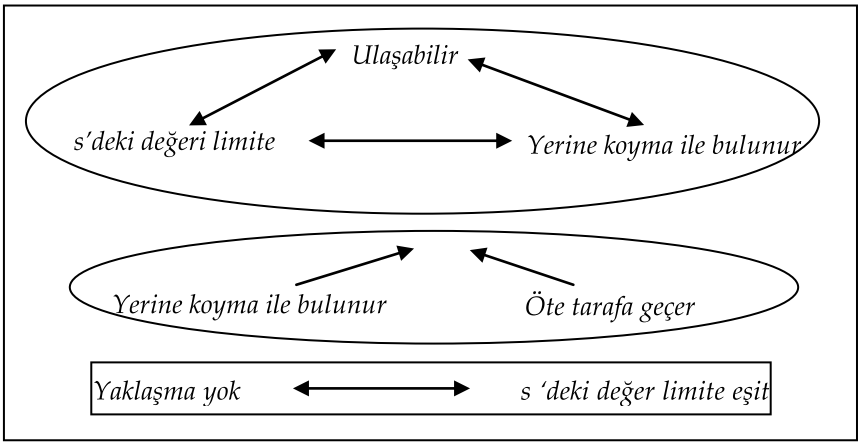
Birinci katılımcının sınavın ikinci uygulamasındaki limit tanımı şu şekildedir: "Bir f fonksiyonunda x'in a'ya yaklaşması ile, fonksiyonun L 'ye yaklaşması söz konusudur. x, a'ya yaklaşırken bir yoğunlaşma söz konusudur. Fonksiyonun değer kümesinde de L 'nin çevresinde bir yoğunlaşma söz konusudur. Bu yoğunlaşmadan yola çıkarak $x \to a$ iken limit L 'dir denir. x'in a'daki değerinin ne olduğu önemli değildir."

Birinci katılımcı kendi limit tanımına, formal tanımda geçen x'in ve limitin komşuluğu ifadelerine "yoğunlaşma" kelimesini eklemiştir. Bunun yanında ilk anketteki gibi limitin formal tanımını tam olarak yazmıştır. 1., 2. ve 4. önermeleri "yanlış" olarak işaretleyerek hareketi, sınırı ve limite ulaşılamadığını kabul etmemiştir. Fakat formal tanıma yakın olan 3. ve 5. önermeleri "yanlış" olarak işaretlemiştir. Öğretmen adaylarının çoğunda görüldüğü gibi, formal tanımın tam olarak yazılması limit ile ilgili kavram imajlarının, anlayışların formal tanıma uygun olduğu anlamına gelmemektedir. Öğretmen adayları tarafından konu ile ilgili önermeler farklı değerlendirilebilmektedir. Yapılan görüşme sonucunda elde edilen son repertuar çizelgesi ve yapı ilişkilerini gösteren şekil bir sonraki sayfadadır.

Tablo 3. Birinci katılımcının son repertuar çizelgesi

OLUŞAN YAPI (5)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	KARŞIT YAPI (1)
Yaklaşma var	5	5	5	1	5	5	5	5	1	5	Yaklaşma yok
Hareket var	1	1	3	1	5	5	1	1	1	5	Hareket yok
Ulaşabilir	1	1	1	1	1	5	1	1	5	5	Ulaşamaz
s'deki değeri limite eşit olur	1	1	1	1	1	1	1	1	5	5	limite eşit olmaz
öte tarafa geçer	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	öte tarafa geçmez
f'in maksimumudur (veya min)	1	1	5	1	1	1	1	1	1	1	max. veya min. değildir.
Yerine koyma ile bulunur	1	1	1	1	1	1	1	1	5	1	Yerine koyma ile bulunmaz
Doğru	5	1	1	3	1	1	5	5	1	1	Yanlış
Hoş	3	1	1	3	1	1	3	5	1	1	Hoş değil
Limit tanımına uygun	3	2	1	3	1	1	5	5	1	1	Uygun değil

Görüldüğü gibi birinci katılımcının çizelgesinde ara değerler oldukça azalmış ve genelde önermeler 1 veya 5 puan ile değerlendirilmiştir.



Şekil 3. Birinci katılımcının yapı ilişkilerini gösteren son şekil

Çalışmanın sonunda, birinci katılımcının son repertuar çizelgesinin ikinci katılımcının repertuar çizelgelerine benzediği görülmüştür. "Ulaşabilme" ve "sınır" kavramları ile ilgili yapılan sınava verdiği cevaplarda olduğu gibi, formal tanımdan uzak bir anlayış gözlemlenmemektedir. Birinci katılımcı yerine koyma ile bulmayı hoş karşılamış, fonksiyonun değerinin limit değerine eşit olmasını, yaklaşma olmaması ile ilişkilendirilmiştir. Araştırmacı, yapı ilişkilerini gösteren son şekline göre birinci katılımcının limitin anlamı ve işleme dayalı uygulamaları arasında ilişki kurmakta zorlandığını düşünmektedir.

Tartışma

Çalışmaya katılan öğrenciler, dersi veren öğretim üyesinin kanaatine ve aldıkları notlara göre sınıfın en başarılı ve daha az başarılı öğrencileri idi ve doğal olarak beklendiği gibi limit ile ilgili kavramlarda formal tanıma uymayan az sayıda yanlış modelle karşılaşıldı. Birinci katılımcının limit konusu ile ilgili anlayışı, "ulaşabilirlik" kavramı açısından sıkıntılıydı. Limit tanımını yazabilmesine rağmen fonksiyonun değerinin tam olarak limit değerine eşit olabileceğinden veya ona ulaşabileceğinden emin değildi.

Vize notları ve diğer değerlendirmelere göre daha başarılı olan ikinci katılımcı daha tutarlı bir kavram imajı sergilemiştir ve kendi zihinsel modellerinin ve metaforlarının, limitin resmi tanımına daha yakın olduğu görülmüştür. Sınavdaki 1. önermenin her iki katılımcı tarafından, "hareket" kavramını kabul etmemelerine rağmen "doğru" olarak işaretlenmesi sınav ve sınav gibi ölçme ve değerlendirme araçlarının öğrencilerin teorik bakışını yakalamada yetersiz kalabileceğini göstermektedir. Bu da R.Ç.T. gibi kavram analiz tekniklerine ihtiyacı ifade etmektedir. Çalışma aynı zamanda öğretmen adaylarının limit konusu ile ilgili modellerini netleştirmelerini sağlamış ve farklı kavramlar hakkında öğrencilerin dikkatlerinin artmasına neden olmuştur.

Williams'a (1989) göre, metodun dayandığı Kişisel Yapı Teorisi (Personal Construct Phsycology) genel anlamda Kant'ın felsefesine uygundur ve diyalektik bir bakış açısına dayanmaktadır ve bundan dolayı mantıksal öğrenme teorisi (Logical Learning Theory) ile bir uyum içerisindedir. Çift kutuplu yapı anlayışı diyalektik değişim modeline uymaktadır.

Bu çalışma limitin bir matematiksel analizini veya belirli zihinsel nesne (object) ve süreci (process) kabul etmek yerine, öğretmen adaylarının limitle ilgili kendi ifadelerine dayanmaktadır. Gözlemcinin, oluşturdukları düşünce süreçlerinden ve görüşmelerden çıkarım yapmasından öte metot katılımcıların kullandıkları yapıları kendilerinin açıklamasını sağlamaktadır. Buna göre, yapıların yeterince tartışılması ve netleştirilmesi sağlanarak herhangi bir zorlamaya engel olunmaktadır. Katılımcıların kendi yapılarını oluşturması tekniğin önemli bir artısıdır.

Yorke'un (1978) da ifade ettiği gibi bir çizelge çalışmasında maddelerin belirlenmesine özellikle dikkat edilmelidir. Çünkü maddeler konuyu ne kadar iyi yansıtırsa elde edilen yapılar, katılımcının konuyla ilgili düşüncelerini o kadar iyi yansıtmaktadır. Maddelerin araştırmacı tarafından doğrudan sunulmasının denekleri etkilediği ve bireylerin anlayışlarındaki derinliğin gözden kaybolmasına neden olacağı düşünülebilir. Fakat çalışmanın kişiliklerden çok belirli bir konuya odaklandığı göz ardı edilmemelidir. Bu çalışmada matematik bölümünde eğitim alan öğrencilerle çalışıldığından katılımcıların madde işlevi gören önermelere yabancı olmayacakları kabul edilmiştir. Ayrıca limit gibi matematik konularında öğrencilerin konuyla ilgili yapılarının elde edilmesini sağlayacak maddelerin onlarla belirlenmesinin zorluğunun yanında bu maddelerin uzman görüşü alınarak doğrudan verilmesi zamanın iyi kullanılmasını sağlamıştır. Zaman probleminin olmadığı çalışmalarda gerekirse R.Ç.T. ile daha ileri gidip daha fazla bilgi toplanabilir. Daha fazla veri için çizelgelerin analizlerinden elde edilen veriler ışığında yeni görüşmeler yapılabilir veya anketler oluşturulabilir. Genel olarak, kendisinden veri toplanan ve görüşülen kişinin daha aktif olması, araştırmacının etkisinin azaltılması gibi avantajlar repertuar çizelge tekniğinin genel avantajlarıdır (Jankowicz, 2004). Diğer yandan metodun uygulanmasının zaman alması büyük miktarda verinin üretilmesini zorlaştırmaktadır. Zaman kazanmak için metodolojideki nicel analizler bilgisayar kullanılarak yapılabilir. Bunun için INGRID, REPGRID gibi kullanılabilecek birçok yazılım vardır.

Sonuçlar

Bu çalışmada kullanılan metodoloji, sınavların ve ödevlerin dışında öğrencilerin limite bakış açılarını anlama ve temel kavramlarını (core concepts) yakalama adına bir zenginlik ve çeşitlilik oluşturmaktadır. Konu ile ilgili uygulamalarda ve problem çözmede başarılı öğrencilerin, limit ve limitin resmi tanımı ile ilgili kavramlarda yanlış anlamalarının olduğu görülmüş ve bu durum çizelgelerin el ile yapılabilen bir analizi kullanılarak R.Ç.T. ile tespit edilmiştir. Başta ve sonda elde edilen repertuar çizelgeleri, R.Ç.T.'nin, öğrencilerin limit anlayışı ile ilgili temel modellerindeki ve metaforlarındaki değişimi yakalama açısından duyarlı olduğunu göstermiştir.

R.Ç.T. gibi kavram analiz tekniklerinin bilgisayar yazılımları ile kullanımı öğrencilerin formal olmayan tanımlarına, kavram yanılgılarına ve metaforlarına ulaşmakta etkili bir yoldur. Bu tip metotların okullarda yaygınlaşması ve rehberlik servislerince bütün ders konularında kullanılması, ülkemizde öğrenme olayının ne kadar ve hangi ölçüde gerçekleştiği konusundaki belirsizliği azaltacağı gibi araştırmacılara daha sağlıklı veriler sağlayacaktır.

R.Ç.T. ile konunun kavramlarını ve kritik yönlerini ifade eden maddeler öğretmen ve öğrenciler için güçlü bir kaynak olarak değerlendirilebilir. Müfredata bu tip madde hazırlıklarının ve madde değerlendirilmelerinin eklenmesi, öğrencilerin daha tutarlı kavram imajları olmasını sağlayabilir. Bunun dışında, R.Ç.T.'deki gibi bir madde hazırlığı, öğretenin de derse hazır bulunuşluk seviyesini arttıracaktır.

Kaynakça

Aztekin, S. (2003). *Repertuar çizelge tekniği ve bu tekniğin matematik derslerinde limit konusuna uygulanması*. Unpublished master thesis. Gazi University, Turkey.

Aztekin, S., Arıkan, A., & Sriraman B. (2010). The constructs of phd students about infinity: An application of repertory grids. *The Montana Mathematics Enthusiast, Vol. 7*(1), pp. 149- 174.

Bannister, D., & Mair, J.M. (1968). *The evaluation of personal constructs*. Londan: Academic Press.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). *Research methods in educations* (5th ed.). London and New York: Routledge, Falmor, Taylor & Francis Group.

Çolak, H. (2002). *Limit öğretiminde yeni yaklaşımlar.* Unpublished master thesis, Gazi University, Turkey.

Davis, R. B., & Vinner, S. (1986). The notion of limit: Some seemingly unavoidable misconception stages. *Journal of Mathematical Behavior, Vol. 5*, pp. 281-303.

Jankowicz, D. (2004). *The easy guide to repertory grids*. Chichester, West Sussex, England: Wiley

Kelly, G.A. (1955). *The psychology of personal constructs, Vol. 1,* New York: W.W. Norton.

Lehrer, R. & Franke, M.L.. (1992). Applying personal constructs psychology to the study of teachers' knowledge of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 23*, pp.223-241.

Middleton, J.A. (1995). A study of intrinsic motivation in the mathematics classroom:A personal construct approach. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 26,* pp. 254-279.

Simith, J.A. (1995). Repertory Grids: an Interactive, Case-Study Perspective. In J.A. Smith, R. Harre & L.V. Langenhove (Eds.), *Rethinking Methods in Psychology* (pp. 162-177). London: Sage.

Tall, D.O. & Vinner, S.. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, Vol. 12*, pp. 151-169.

Taylor, P.T. (1992). *An Interpretive study of the role of teacher beliefs in the implementation of constructivist theory in a secondary school mathematics classroom.* Unpublished doctoral dissertation, Curtin University of Technology, Science and Mathematics Education Centre, Perth.

Williams, S.R. (1989). *The understanding of limit in college calculus students.* Unpublished master's thesis, The University of Wisconsin, Madison, USA.

Williams, S.R. (2001). Predications of the limit concept: An application of repertory grids. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 32*, pp. 341-367.

Yorke, D. M. (1978) Repertory grids in educational research: some methodological considerations. *British Educational Research Journal, Vol. 4* (2), pp. 63-74.