ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЧЕНИЯ КОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ НЕЙТРОНОВ НА СВЯЗАННЫХ ПРОТОНАХ

С.Г. АБДУЛВАГАБОВА

Бакинский Государственный Университет

Баку / АЗЕРБАЙДЖАН

sajida.gafar@gmail.com

РЕЗЮМЕ

Рассматривается применение феноменологического потенциала к исследованию рассеяния нейтронов на протонах. Получено уравнение для матрицы амплитуды рассеяния. Обсуждается эффекты поляризации в зависимости от спиновых состояний нуклонов. Доказывается, что если падающий нейтрон не поляризован, конечная волна содержит спиновые состояния с равной вероятностью, как и для рассеяния налево, так и для рассеяния направо.

Ключевые слова: Потенциал Хамада-Джонсона, рассеяние, синглетность, триплетность, поляризация, когерентность.

DEFINITION OF COHERENT NEUTRON SCATTERING CROSS SECTION IN THE BOUND PROTONS

ABSTRACT

In the framework of the phenomenological potential neutron-protons scattering is analyzed. The equation for the amplitude of the scattering is obtained. Polarization effects in depends with spin states of nucleons are discussed. It is proved, that if incident neutron doesn't polarized, the finite wave consists spin states with equal probability as for left as well as for right scattering.

Key words: Hamada-Jonson's potential, scattering, singlet, triplet, polarization, coherence.

1. Введение

Из данных по рассеянию нуклонов на нуклонах при высоких энергиях следует, что ядерный потенциал должен описывать, помимо сил притяжения, обменное взаимодействие, сильное отталкивание на малых расстояниях, тензорное и спин-орбитальное взаимодействия. Многочисленные попытки вывода потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия из полевой мезонной теории не привели к желаемому результату.

На практике для нахождения $V(r)$ обычно применяют следующую процедуру. Используя данные по рассеянию при малых энергиях, определяют сдвиги фаз δ_l для малых значений l. δ_l характеризует рассеяние частицы с различными значениями орбитального момента и зависит от энергии частицы и вида потенциала. Сдвиги фаз δ_l для больших значений l вводят так, чтобы аппроксимировать сечение при высоких энергиях. Следующая задача состоит в выяснении возможности определения потенциала по данным о δ_l. Но надо отметить, что однозначное определение потенциала по данным δ_l невозможно [1]. Поэтому используется потенциалы, феноменологически подбиранные так, чтобы наилучшим образом объяснить совокупность экспериментальных данных по рассеянию.

В настоящей работе на основе высокоэнергетического приближения рассматривается рассеяние нейтрона на протонах молекулы водорода с учетом потенциала Хамада-Джонсона.

2. Потенциал Хамада-Джонсона

Потенциал Хамада-Джонсона [2] учитывает кроме центрального, тензорного и спин-орбитального взаимодействий еще квадратичное спин-орбитальное взаимодействие:

$$V_{HJ} = V_C(r) + V_T(r)S_{12} + V_{LS}(r)(\vec{L}\vec{S}) + V_{LL}L_{12},$$
$$L_{12} = [\delta_{LJ} + 2S(S+1) - 3]L^2 - (\vec{L}\vec{S})^2. \qquad (1)$$

Радиальная зависимость в (1) соответствует на малых расстояниях наличию абсолютно непроницаемой сферы радиуса r_c.

Потенциалы $V_c(r)$ и $V_T(r)$ выбраны так, чтобы на больших расстояниях они совпадали с потенциалами мезонной теории, учитывающими однопионный обмен:

$$V_c(r) = 0{,}08(\mu c^2/3)[2S(S+1)-3][2T(T+1)-3];$$
$$V_T(r) = 0{,}08(\mu c^2/3[2T(T+1)-3]. \qquad (2)$$

Тензорное и спин-орбитальное взаимодействие наиболее существенно в триплетном и синглетном спиновых состояниях с *J*=*L*. Во всех состояниях на малых расстояниях между нуклонами действуют большие силы отталкивания, которые описываются сердцевиной радиуса $0{,}4\cdot10^{-15}$ м. Вне области сердцевины потенциал для четных состояний соответствует силам притяжения. В нечетных состояниях взаимодействие значительно слабее по сравнению с взаимодействием в четных состояниях. В синглетных нечетных состояниях взаимодействие отталкивающее. На больших расстояниях существенный вклад во взаимодействие вносят тензорные силы. Тензорные силы являются притягивающими в $^3S_1$ и $^3P_0$ -состояниях.

3. Когерентное рассеяние нейтрона на протонах

Если два протона находятся на расстоянии меньше, чем длина волны нейтрона, они будут рассеивать когерентно. Рассеянные нейтронные волны интерферируют, и относительная фаза может быть измерена. Следовательно, полное сечение рассеяния нейтронов на водородной молекуле зависит от относительного знака a_s и a_t. Таким образом его измерения позволяет найти знак a_s.

Расстояние между двумя протонами в молекуле водорода равно $0{,}74\,\overset{0}{A}$. Предположим, что нейтроны имеют столь низкую энергию, что их длина волны много больше этого расстояния, и пренебрежем тепловым движением молекулы, которая вначале считается находящейся в покое. Молекулу рассматриваются в самих низких вращательных состояниях. При рассеянии они могут считаться жесткими, поскольку очень медленные нейтроны не имеют энергии, достаточной для возбуждения вибрационных или вращательных состояний. Поперечное сечение в борновском приближении пропорционально квадрату приведенной массы падающей частицы и частицы мишени. Это приближение впервые было использовано Ферми для расчета сечения рассеяния на связанных протонах. Его справедливость неочевидно, так как ядерная потенциальная яма очень глубока. Однако Бете пришел к заключению [3], что использование этого приближения оправдано, потому, что потенциал имеет очень малый радиус и может быть заменен значительно менее глубоким, длиннодействующим потенциалом, который дает ту же длину рассеяния. Если протон мишени жестко связан в молекуле массы M, можно написать

$$\frac{a_{\text{связан.прог.}}}{a_{\text{свобод.прог.}}}=\frac{\mu_{связ.}}{\mu_{своб.}}=\frac{\left(\frac{1}{m_p}\right)+\left(\frac{1}{m_p}\right)}{\left(\frac{1}{m_p}\right)+\left(\frac{1}{M_{мол}}\right)}=\frac{2}{1+\left(\frac{m_p}{M_{мол}}\right)} \tag{3}$$

Отношение равно 2 для $M_{мол}=\infty$ (протоны в больших молекулах или твердых телах), 4/3 для $M_{мол}=2m_p$ (протоны в молекуле H_2).

Протон может рассматриваться как жестко связанный, когда энергия нейтрона недостаточна, чтобы осуществить переходы между квантовыми состояниями протона в молекуле или в решетке. Это условие предполагается выполненным.

Если сталкивающие частицы имеют спины s_1 и s_2 падающая скалярная плоская и рассеянная скалярная сферическая волны недостаточны для описания процесса рассеяния: должны быть указаны также спиновые состояния до и после рассеяния. Вообще говоря, имеется $(2s_1+1)$ и $(2s_2+1)$ таких состояний. Однако спиновые состояния рассеянного пучка из-за сохранения момента импульса ограничиваются такими состояниями, которые имеют те же собственные величины J и M_J, что и начальные состояния.

До рассеяния система нейтрон-протон может находиться в одном из следующих спиновых состоянииий:

$$\chi(n,p)=\begin{Bmatrix}\chi_{1/2}(n)\chi_{1/2}(p)\\ \chi_{-1/2}(n)\chi_{-1/2}(p)\\ \chi_{1/2}(n)\chi_{-1/2}(p)\\ \chi_{-1/2}(n)\chi_{1/2}(p)\end{Bmatrix} \tag{4}$$

Рассмотрим собственные функции оператора квадрата суммарного спина системы. Суммарному спину, равному единице, соответствуют спиновые функции:

$$\begin{aligned}&\chi_{1,1}(n,p)=\chi_{1/2}(n)\chi_{1/2}(p)\\ &\chi_{1,0}(n,p)=(1/\sqrt{2})\begin{Bmatrix}\chi_{1/2}(n)\chi_{-1/2}(p)+\\ +\chi_{-1/2}(n)\chi_{1/2}(p)\end{Bmatrix}\\ &\chi_{1,-1}(n,p)=\chi_{-1/2}(n)\chi_{-1/2}(p)\end{aligned} \tag{5}$$

Суммарному спину, равному нулю, соответствуют спиновые функции:

$$\chi_{0,0}(n,p)=(1/\sqrt{2})\begin{Bmatrix}\chi_{1/2}(n)\chi_{-1/2}(p)-\\ -\chi_{-1/2}(n)\chi_{1/2}(p)\end{Bmatrix} \tag{6}$$

Если интересоваться полным моментом количества движения, целесообразно избрать следующий набор состояний:

$$\begin{aligned}\chi_s&=\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\beta_1),\\ \chi_t^+&=\alpha_1\alpha_2,\\ \chi_t^0&=\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1),\\ \chi_t^-&=\beta_1\beta_2.\end{aligned} \tag{7}$$

Если следить за направлением спинов двух частиц, имеет смысл выбрать четыре других независимых состояния:

$$\begin{aligned}\chi^{+-}&=\alpha_1\beta_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_t^0+\chi_s),\\ \chi_t^+&=\alpha_1\alpha_2=\chi^{++},\\ \chi^{-+}&=\beta_1\alpha_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_t^0-\chi_s),\\ \chi^-&=\beta_1\beta_2=\chi_t^-\end{aligned} \tag{8}$$

Часть асимптотического решения волнового уравнения- может быть записана в виде

$$\psi_0\approx\chi_i\frac{\sin kr}{kr}+\chi_f a_{0,fi}\frac{e^{ikr}}{r} \tag{9}$$

где $a_{0,fi}$ амплитуда рассеяния, χ_i - начальное и χ_f -конечное спиновое состояния, нормированные на единицу.

Удобно ввести оператор A_0 такой, что

$$A_0\chi_i=\chi_f a_{0,fi}, \tag{10}$$

и написать

$$\psi_0 \approx \left(\frac{\sin kr}{kr} + A_0 \frac{e^{ikr}}{r}\right)\chi_i. \qquad (11)$$

Матричные элементы оператора A_0 являются амплитудами рассеяния из начального спинного состояния χ_i в конечное спиновое состояние χ_f:

$$a_{0,fi} = \langle f|A_0|i\rangle, \qquad (12)$$

и квадраты пропорциональны поперечным сечениям соответствующих спиновых переходов.

Используя потенциал Хамада-Джонсона, нетрудно получить общую формулы для сечения рассеяния нейтронов, учитывающую связь протонов в молекуле водорода. Обозначим волновые функции протона в начальном и конечном состояниях через $\varphi_i(r_p)$ и $\varphi_f(r_p)$. Волновые функции нейтрона выберем в виде плоских волн. Таким образом, начальную и конечную функции системы нейтрон-протон можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi_i &= e^{ikr_n}\varphi_i(r_p), \\ \Phi_f &= e^{ik'r_n}\varphi_f(r_p). \end{aligned} \qquad (13)$$

где κ и κ' – начальный и конечный волновые векторы относительного движения нейтрона и молекулы. Сечения рассеяния определяется формулой

$$d\sigma_{if} = \frac{\tilde{\mu}^2}{4\pi^2\hbar^4}\cdot\frac{k'}{k}\left|V_{if}\right|^2 d\Omega, \qquad (14)$$

где $\tilde{\mu}$ приведенная масса для относительного движения нейтрона и молекулы; V_{if} -матричный элемент потенциала (1).

Состояния двух протонов со спином 1/2 могут быть подразделены на синглетные и триплетные. Зарядовая независимость приводит к запрету синглет-триплетных переходов. Поэтому амплитуды парциальных волн образуют матрицу A, содержащую только три диагональных элемента, которые обозначаются a_0, a_1 и a_3:

$$\begin{matrix} S_{1/2} & a_0 & 0 & 0 \\ P_{1/2} & 0 & a_1 & 0 \\ P_{2/3} & 0 & 0 & a_3 \end{matrix} \qquad (15)$$

Амплитуда рассеяния, если ее отнести к собственным состояниям l, m_l и m_s, превращается в матрицу 8×8, поскольку состояния $S_{1/2}$, $P_{1/2}$, $P_{2/3}$ имеют мультипольности 2, 2 и 4. Если выбрать ось квантования в направлении первичного протона, падающая волна должна иметь $m_l = 0$ из-за аксиальной симметрии задачи. Матричные элементы имеют следующий вид

$$a_{\alpha\alpha} = a_{\beta\beta} = \left\langle \alpha Y_1^0 \left| A \right| \alpha Y_1^0 \right\rangle =$$
$$\left\langle \sqrt{\frac{2}{3}}\mathrm{Y}_{3/2}^{1/2} - \sqrt{\frac{1}{2}}\mathrm{Y}_{1/2}^{1/2} \left| A \right| \sqrt{\frac{2}{3}}\mathrm{Y}_{3/2}^{1/2} - \sqrt{\frac{1}{2}}\mathrm{Y}_{1/2}^{1/2} \right\rangle =$$
$$\frac{2}{3}a_3 + \frac{1}{2}a_1; \qquad (16)$$

$$a_{\beta\alpha} = a_{\alpha\beta} = \left\langle \beta Y_1^1 \left| A \right| \alpha Y_1^0 \right\rangle =$$
$$\left\langle \sqrt{\frac{1}{3}}\mathrm{Y}_{3/2}^{1/2} + \sqrt{\frac{1}{2}}\mathrm{Y}_{1/2}^{1/2} \left| A \right| \sqrt{\frac{2}{3}}\mathrm{Y}_{3/2}^{1/2} - \sqrt{\frac{1}{2}}\mathrm{Y}_{1/2}^{1/2} \right\rangle =$$
$$\frac{\sqrt{2}}{3}a_3 - \frac{\sqrt{2}}{3}a_1. \qquad (17)$$

Если падающий нейтрон и мишень поляризованы, то дифференциальное или полное сечение зависит от данного спинового состояния χ_i. Однако если не измерять поляризацию после рассеяния, то нужно суммировать поперечное сечение по всем ортогональным конечным состояниям χ_f:

$$d\sigma_{if} = d\sigma_{\chi_i\to\chi_f} = \left(\frac{\tilde{\mu}}{\mu}\right)^2 \frac{k''}{k} a^2 \left|F_{if}\right|^2 d\Omega, \qquad (18)$$

где μ - приведенная масса системы нейтрон-протон, a – длина рассеяния. Длину рассеяния, учитывающую спиновую зависимость ядерных сил, можно представить с помощью матрицы Паули $\vec{\sigma}_n$ и $\vec{\sigma}_p$ в виде:

$$a = (1/4)(3a_t + a_s) + (1/4)(a_t - a_s)\vec{\sigma}_n\vec{\sigma}_p \quad (19)$$

Удобно ввести матрицу F, элементы которой, отнесенные к спиновым состояниям α и β, таковы:

$$\begin{aligned} F_{\alpha\alpha} &= F_{\beta\beta} = a_0 + (2a_3 + a_1)\cos\theta; \\ F_{\alpha\beta} &= -(a_1 - a_3)\sin\theta e^{-i\varphi}; \qquad (20) \\ F_{\beta\alpha} &= (a_1 - a_3)\sin\theta e^{i\varphi}. \end{aligned}$$

Амплитуды рассеяния, даваемые соотношениями (20) для рассеяния налево ($\varphi = 0,\ e^{\pm i\varphi} = 1$), равны

$$\begin{aligned} F_{\alpha\alpha} &= F_{\beta\beta} = a_0 + (2a_3 + a_1)\cos\theta; \\ F_{\alpha\beta} &= -F_{\beta\alpha} = -(a_1 - a_3)\sin\theta \end{aligned} \qquad (21)$$

Таким образом, если падающий нейтрон не поляризован, конечная волна содержит состояния α и β с равной вероятностью, как и для рассеяния налево, так и для рассеяния направо. Как и ожидалось, в направлении падающего пучка поляризация не возникает.

Приведенные формулы были получены в предположении, потенциал Хамада-Джонсона представляет собой локальный оператор.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдулвагабова С.К., Расулов Э.А. Известия высших учебных заведений, Физика, 2003, № 7, с. 91-92.
2. Зотов Н.П., Русаков С.В., Царев В. А. ЭЧАЯ, 1980, Том 11, Вып. 5, с. 1160.
3. Райдер Л. Квантовая теория поля. Москва: Изд. Мир, 1987, с. 512.