

MATEMATİK EĞİTİMİNDE ÖĞRENME GÜÇLÜKLERİ

Yrd. Doç. Dr. Enver Tatar

Prof. Dr. Ramazan Dikici

Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi

Atatürk Üniversitesi

Özet

Bu çalışmada öğrenme güçlüğü ile ilgili literatür taraması yapılmıştır. Yapılan literatür taramasında, bu kavramı sosyolojik ve psikolojik faktörlerden ziyade bilişsel faktörler açısından ele alan yayınlar dikkate alınmıştır. Çalışmada ilgili literatür sırasıyla; “öğrenme güçlüğü kavramının eğitimdeki ve özellikle matematik eğitimindeki önemi nedir”, “matematikte hangi konularda ne tür güçlükler vardır” ve “bu güçlükleri gidermenin yolları nelerdir” gibi sorulara cevap arama çerçevesinde incelenmiştir. Yapılan incelemenin sonucunda öğrenme güçlüklerini gidermeye yönelik çalışmaların, güçlükleri belirleme türündeki çalışmalara nazaran yok denecek kadar az olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: *Öğrenme güçlükleri, matematik eğitimi, literatür taraması*

LEARNING DIFFICULTIES IN MATHEMATICS EDUCATION

Abstract

In this study, literature review about learning difficulties was carried out. In the conducted literature survey, publications have been taken into account, which study this concept in terms of cognitive factors rather than sociological and psychological factors. In the study, it is focus on the answers of these questions, respectively: What is the importance of the learning difficulties in education and in mathematics education especially? What kinds of difficulties are there in any given topic in mathematics? What are the ways to overcome these difficulties? As a result of the conducted examination, it has been observed that there are scarcely any studies oriented to overcome the learning difficulties compared to the studies oriented to determine these difficulties.

Keywords: *Learning Difficulties, Mathematics Education, Literature Review*

GİRİŞ

Herhangi bir konuda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri bilmek, öğrenme üzerine yapılan çalışmalar için önemli bir ilk adımdır. Böyle bir bilginin sonraki çalışmalarla sentezlenmesi ve bağlantı kurulması; gelecek müfredatların düzenlenmesinde ve öğretim modelinin oluşturulmasında önemli bir temel sayılacaktır (Rasmussen, 1998).

Çağdaş eğitim anlayışı, öğretmenleri, öğrenmeyi maksimum düzeyde gerçekleştirecek öğretim yaklaşımlarını seçme ve uygulama zorunluluğu ve sorumluluğu ile karşı karşıya bırakmıştır (Yılmaz, 2001). Hangi branşta olursa olsun bütün öğreticiler için anlattığı konu ile ilgili öğrencilerin ne tür öğrenme güçlüklerine sahip olduğunu bilmesi, bu öğretim yaklaşımlarını seçmede fayda sağlayacaktır.

Öğrenme sürecinde ve katıldığı etkinliklerde öğrencinin bir takım öğrenme güçlükleri ve başarısız olduğu durumlar olacaktır. Bunların belirlenmesi ve giderilmesi, öğrenme sürecinde öğrenciye yardımcı olunması ve rehberlik edilmesi, öğretmenin görevlerindedir (Ersoy ve Ardahan, 2003).

Bu çalışmada öğrenme güçlüğü ile ilgili literatür taraması yapılmıştır. Yapılan literatür taramasında, bu kavramı sosyolojik ve psikolojik faktörlerden ziyade bilişsel faktörler açısından ele alan yayınlar dikkate alınmıştır.

MATEMATİK EĞİTİMİNDE ÖĞRENME GÜÇLÜKLERİ

Matematik eğitiminin amacı bütün öğrencilerin öğrenmeyi en üst düzeyde gerçekleştirmesidir. Fakat birkaçının bunu gerçekleştirmesine karşın büyük çoğunluğun matematikte zorluk yaşaması yaşamın bir gerçeği olarak görülür (Tall ve Razali, 1993: 209). Yaşanan bu güçlüklerin bir an önce tespit edilip giderilmesi gerekir (Duval, 2002: 14). Çünkü ön-şart oluş ilişkilerinin güçlü olduğu, matematikte bir konuda öğrenme güçlüğü yaşayan bir öğrencinin daha sonraki konularda başarılı olması zordur.

Yetkin (2003), matematikte kavramayı geliştirmenin önemli fakat güç bir hedef olduğunu ifade ederek; öğrencilerin matematikteki öğrenme güçlüklerini ve bu güçlüklerin kaynağını bilmenin, onları gidermek için öğretim yöntemi dizayn etmenin, bu hedefe ulaşmada önemli bir adım olduğunu belirtmiştir.

Öğrenme Güçlüklerinin Belirlenmesi

Matematiğin farklı konularındaki öğrenme güçlüklerini ortaya çıkarmak üzere birçok çalışma yapılmıştır. Bu bölümde incelenen ilgili literatür yayınlanma tarihine göre aktarılacaktır.

Tall (1993: 17), matematikte öğrenme güçlüklerini araştırmak için uygulanan değişik çalışmaların var olduğunu ve tespit edilen bu güçlüklerden bazılarını genel olarak; (1) temel kavramların yetersiz bir şekilde kavranması, (2) sözel problemleri matematiksel olarak formülize etmedeki yetersizlik ve (3) cebirsel, geometrik ve trigonometrik becerilerdeki eksiklik şeklinde sınıflamıştır.

Tall ve Razali (1993: 209, 219) dört işlem, çarpanlara ayırma, denklem çözme, mutlak değer, fonksiyon ve logaritma gibi çeşitli konulardan soruların yer aldığı çoktan seçmeli bir tespit testi kullandıkları çalışmada; öğrenme güçlüklerinin, öğrencilerin kavramları kullanma ve işlemleri koordine etmede yoğunlaştığını belirtmişlerdir. Keza, işlemsel olarak algılayanların karşılaştıkları güçlüklerin kavramsal olarak algılayanların karşılaştıkları güçlüklerden daha çok olduğunu ifade etmişlerdir.

Üniversite öğrencilerinin matematiksel ispatları yapmayı öğrenmede yaşadıkları güçlükleri incelemek amacıyla yaptığı çalışmada Moore (1994: 249), araştırma verilerini; öğrenciler ile eğitim oturumları, öğretim elemanı ve öğrenciler ile mülakatlar ve sınıf gözlemleri aracılığı ile toplamıştır. Verilerin tümevarımcı analizi, yani kodlamaya dayalı içerik analizi sonucunda, öğrencilerin güçlüklerinin; (1) kavramı anlama, (2) matematiksel dil ve notasyon, (3) ispata başlama şeklinde üç ana kaynağı olduğunu ortaya çıkarmıştır. Ayrıca öğrencilerin matematiği ve ispatı algılama şekillerinin, ispat yapmalarını etkilediği de belirtilmiştir. Öğrencilerin kavramı anlamadaki güçlükleri, kavramın tanımı, kavramın zihindeki görüntüsü ve kavramın kullanımını içeren kavram-anlama şeması açısından ele alınmıştır. Güçlüklerin diğer ana kaynakları bu şema ile ilişkili olarak incelenmiştir.

Zaslavsky ve Peled (1996: 67, 68, 77)'in yaptıkları çalışmanın amacı, ikili işlemin değişme ve birleşme özellikleri ile ilgili matematik öğretmenlerinin ve aday öğretmenlerin karşılaştıkları güçlükleri belirlemek ve bu güçlüklerin olası kaynaklarını ortaya çıkarmaktır. Çalışmada katılımcılardan karşıt örnekler (birleşmeli olup da değişmeli olmayan bir ikili işlem, vb.) oluşturmaları istenmiştir. Elde edilen cevaplar; doğruluk, verimlilik (doğruluk ve niteliğe bakılmaksızın oluşturulan örnek sayısı), matematiksel içerik ve öne çıkan güçlükler olmak üzere dört kategoriye göre analiz edilmiştir. Analiz sonucunda her iki grubun da doğru bir örnek üretmedeki başarısızlığı ve sınırlı bir içerik kullanması ile zayıf bir kavrayışa sahip olduğu belirtilmiştir.

Değişmeli olup da birleşmeli olmayan bir ikili işlemin olmayacağı yanlış inanışına sahip olanların yüzdesinin yüksek olduğu bulunmuştur. Ayrıca öğretmenlerin, doğruluk ve verimlilik kategorilerinde, aday öğretmenlerden daha iyi olduğu ortaya çıkarılmıştır.

Lise ve üniversite öğrencilerinin matematiksel tümevarım ispat tekniğini öğrenirken karşılaştıkları güçlüklerin ne olduğunu ortaya çıkarmak amacıyla yaptığı çalışmada Baker (1996: 5, 6, 15), araştırmasını iki kısımdan oluşturmuştur. Birinci kısım, matematiksel tümevarımın anlatıldığı yaklaşık iki haftalık bir öğretimden sonra tamamlanmıştır. Öğrencilere, temel matematik, ispat ve matematiksel tümevarım, ispat-yazma ve ispat-analiz ile ilgili sorulardan oluşan bir test uygulanmıştır. Çalışmanın ikinci kısmında ise, öğrencilerin teste vermiş oldukları yazılı cevapları açıklığa kavuşturmak ve ayrıntılarına girmek amacıyla bireysel mülakatlar yapılmıştır. Sonuç olarak, çalışmaya katılan lise ve üniversite öğrencilerinin ispat teknikleri ile ilgili hem kavramsal hem de işlemsel olarak önemli güçlüklerle sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu güçlüklerde öğrencilerin matematik bilgisinin eksikliğinin önemli bir rol oynadığı kanısına varılmıştır. Çoğu öğrencinin matematiksel tümevarımın kavramsal yönünden daha çok işlemsel yönüne odaklandığı belirlenmiştir. Doğrulamada, çoğu öğrenci için örneklerin önemli bir role sahip olduğu bulunmuştur.

Türkiye’de cebir öğretiminin durumunu ve niteliğini kalın çizgilerle belirlemek, öğrencilerin cebir konularını öğrenmede karşılaştıkları birtakım güçlükleri ve kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmada Ersoy ve Erbaş (1998: 175, 179), 7. ve 8. sınıf matematik öğretim programındaki cebir konuları göz önünde bulundurularak hazırlanmış iki farklı cebir testi kullanmışlardır. Öğrencilerden testlerdeki soruları çözerken izledikleri basamakları da ayrılan boş yerlere yazmaları istenmiştir. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin, özellikle de ekonomik yönden az gelişmiş yörede oturan öğrencilerin cebir konularını öğrenmede çok sayıda güçlüklerinin olduğu saptanmıştır. Farklı sınıf seviyelerinde bile öğrenci başarıları hemen hemen aynı çıkmıştır. Ayrıca, güçlüklerin belirlenmesi için öğrencilerle bire bir görüşmeler yapılmasının, bunların da kaydedilmesinin tanıya yönelik çalışmalar için etkili olabileceği ileri sürülmüştür.

Rasmussen (1998), diferansiyel denklemlerdeki öğrencilerin güçlüklerini ve kavrayışlarını, nitel ve nicel analiz yöntemleri ile incelemiştir. Veriler öğrencilerle yapılan yarı-yapılandırılmış mülakatlarla, sınavlar ve bilgisayar ödevleri ile toplanmıştır. Öğrencilerden problemleri çözerken sesli düşünceleri istenmiştir. Çalışmada, diferansiyel denklemlerde öğrencilerin güçlüklerini anlama ve sınıflandırmada bir metot olarak kullanmak amacıyla; (1) fonksiyon konusundaki güçlükler, (2) uygun olmayan genelleştirme (aşırı-

rı genelleştirme) eğilimi, (3) standart olmayan veya sezgisel kavramlardan kaynaklanan karışıklık ve (4) grafikleri yorumlayamama şeklinde dört kategori geliştirilmiştir. Benzer bir çalışmada Artigue vd. (1990: 262) ise öğrencilerin diferansiyel ile ilgili kavrayışlarını ve öğrenme güçlüklerini araştırmıştır. Öğrencilerin genellikle diferansiyel ve integral işlemlerini, neden gerekli olduğu ve nerelerde kullanıldığı hakkında tam bir düşünceye sahip olmaksızın uyguladıklarını ortaya çıkarmışlardır.

Soyut cebirde herhangi bir teoremin ispatının nasıl oluşturulduğunun öğrenilmesindeki güçlükleri ortaya çıkarmak amacıyla yaptığı çalışmasında Weber (2001: 101, 107, 115), araştırmaya katılan her bir öğrenciden 7 tane grup homomorfizması ile ilgili teoremi, düşündüklerini sesli bir şekilde ifade ederek ispatlamalarını istemiştir. Bu ispat denemelerinin her birini; doğru (katılımcı geçerli bir ispat oluşturmuş), bilgiye başvurmadaki başarısızlık (katılımcı gerekli bilgiye sahip fakat ispatı oluşturmada bunu uygulayamıyor), yetersiz bilgi (katılımcı teoremin ispatını oluşturmak için gerekli olan bilgiye sahip değil) ve mantıksal hata (katılımcı geçerli bir ispat yaptığına inanıyor fakat yapılan ispat geçersiz) şeklinde kodlamıştır. Weber çalışmasının sonunda, grup homomorfizmasında bir ispatı oluşturan kavrayışa ve bilgiye sahip olmanın ispatın yapılabilmesi için yeterli olmadığını ortaya çıkarmıştır. Özellikle çalışmadaki üniversite öğrencilerinin çoğu kez bir ifadeyi ispatlamak için gerekli olan bilginin farkında oldukları fakat ispat yapmada güçlükler yaşadıkları belirtilmektedir.

Yusof ve Rahman (2001), katlı integral kavramıyla ilgili olarak öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri araştırarak bunları; (1) bölge ve yüzeylerin görselleştirilmesi, (2) grafiklerin yorumu, (3) algoritmik hatalar ve (4) cebirsel işlem hataları olmak üzere dört ana kategoride gruplandırmıştır.

Öğrencilerin fonksiyon kavramını öğrenmedeki güçlüklerini araştırmak amacıyla yaptığı çalışmasında Zachariades vd. (2002), her bir soruda verilen gösterimlerin bir fonksiyona ait olup olmadığını sorgulayan açık uçlu sorulardan oluşan bir test kullanmıştır. Bu testin birinci bölümünde simgesel biçimde verilen bağıntılar, ikinci bölümünde ise bağıntı grafikleri vardır. Simgesel ve grafiksel biçimdeki sorulardan oluşan bu iki bölümde, öğrencilerin yaşadıkları güçlükler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin simgesel olarak verilen ifadelerde, grafiksel gösterimleriyle verilenlerden daha kolay bir şekilde fonksiyonu tanıdıkları tespit edilmiştir.

Bağıntı ve fonksiyon konusundaki öğrenme gücüğü ile öğrencinin matematiğe yönelik tutumu, matematik benlik duygusu ve kullanılan öğretim metotları arasında bir ilişkinin olup olmadığını araştırmak amacıyla yaptık-

ları çalışmada Dikici ve İşleyen (2004: 105, 115), verileri kendileri tarafından geliştirilen anketlerle toplamışlardır. Elde edilen verilerin analizinde varyans analizi, korelasyon analizi ve aritmetik ortalama kullanılmıştır. Sonuç olarak bağıntı ve fonksiyon konusundaki öğrenme gücü ile öğrencinin matematiğe yönelik tutumu, matematik benlik duygusu ve kullanılan öğretim metotları arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Durmuş (2004a: 125, 127), ortaöğretim matematik derslerinde zor olarak algılanan konuları belirlemek ve bu zorlukların arkasında yatan nedenleri ortaya çıkarmak amacıyla yaptığı çalışmada ortaöğretim matematik müfredatındaki tüm konuların, likert tipi bir anketle zorluk indeksini tespit etmiştir. Öğrencilerle yaptığı görüşmeler sonunda zorluk sebebi olarak motivasyon eksikliği ve kavramların soyutluluğu gibi iki önemli noktanın ortaya çıktığını belirtmiştir. Durmuş (2004b), benzer bir çalışmayı ilköğretim matematik konuları içinde uygulayarak çalışmasında, ilköğretim matematik konularından zor olarak algılanan konuların ilköğretimin son yıllarında yer aldığını ve bunun nedeninin de bu yıllardaki konuların, önceki yıllara göre daha çok soyut içerikli olmasından kaynaklandığını belirtmiştir.

Ersoy ve Erbaş (2005), çalışmalarında uluslararası öğrenci başarısını belirlemeye yönelik Kassel projesi çerçevesinde geliştirilen, 2000 yılı başına kadar 15 ülkede uygulanan bir araştırmanın Türkiye’de pilot uygulamasını rapor etmektedirler. Kassel projesinin amacının, araştırmaya katılan ülkelerde genelde ilköğretim matematik eğitimi programının tümünde, özelde programın bir parçası olarak cebir öğretiminde öğrencilerin akademik başarısına dayalı olarak gelişimini izlemek ve sonuçları karşılaştırmak, başarıya etki eden öğrenme güçlükleri başta olmak üzere ortak yanlışlar ve kavram yanlışlarını, öğrenme etkinliklerinin özelliklerini incelemek olduğu belirtilmiştir. Çalışmanın sonunda öğrencilerin Kassel projesi cebir testindeki işlem ağırlıklı sorularda başarı oranlarının daha yüksek olduğu, eşitlikler (denklemler) ve problemler ile ilgili sorulardaki başarının düşük olduğu, öğrencilerin çok sayıda ve değişik türlerde yanlış yaptıkları ifade edilmiştir. Gözlemlenen bu durumun, öğrencilerin cebir konularını öğrenmede bir takım öğrenme güçlüklerinin olduğunun belirgin işaretleri olup özellikle eşitlik ve değişken kavramlarında birtakım kavram yanlışlarının olabileceğinden; ayrıca, tanıya yönelik uygun ölçme araçları geliştirilerek derinlemesine inceleme yapılması gerekliliğinden bahsedilmiştir.

Barnett (2006), çalışmasında öğrencilerin ne anladığını belirlemenin bir yolunun doğru-yanlış tipi sorular sormak olduğunu vurgulamıştır. Verilen ifadenin doğru ya da yanlıştır cevabına ilaveten neden doğru ya da yanlış olduğunun da sorgulanması gerektiğini söyleyerek bu sorulardaki amacın öğrencileri yanıltmaktan ziyade kavramların önemli özelliklerine dikkatlerin

çekilmesini sağlamak olduğunu belirtmiştir. “Her a reel sayısı için $\sqrt{a^2} = a$ ifadesi doğru mu yoksa yanlış mıdır? Neden?”, “Büküm noktası aynı zamanda bir ekstremum noktadır ifadesi doğrumu yoksa yanlış mıdır? Neden?” biçimindeki sorulara verilen yazılı açıklamaların, doğru/yanlış tipi ya da yalnızca cevap seçeneğinin belirtildiği çoktan seçmeli soru tiplerine verilen cevaplara nazaran öğrencilerin yanılgılarını ve öğrenme güçlüklerini belirlemede son derece önemli olduğunu ifade etmiştir. Barnett ayrıca doğru bir cevap için yapılan yetersiz bir açıklamanın yanlış bir cevap için yapılan iyi bir açıklamadan daha az güvenilir olacağını da vurgulamıştır.

Öğrenme Güçlüklerinin Giderilmesi

Bu bölümde öğrenme güçlüklerinin giderilmesi ile ilgili yayınlara yer verilecektir. Bu tür çalışmalar güçlüklerin belirlenmesi türündeki çalışmalara nazaran oldukça az olduğu gözlenmiştir.

Woerner (1980: i), çalışmasında lise öğrencilerinin kesirleri toplarken yaptıkları hataları tespit edip giderme işleminde bilgisayar teknolojisinin kullanımını araştırmıştır. Çalışma, kesirlerde toplama işleminde yapılan hatalar için bilgisayar tabanlı tespit sistemi geliştirme ve bu sistemin etkinliğini değerlendirmeyi içermektedir. Kesirleri toplama işleminde öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri analiz etmek için BASIC programlama dilinin kullanıldığı bir bilgisayar programı yazılmıştır. Öğrencilerin cevaplarını değerlendiren bu bilgisayar programı, hataları özel kategorilere ayırmıştır. Çalışmanın sonuçları, bilgisayarın tespit amaçlı kullanılabilirliğini desteklemektedir. Ayrıca Woerner bu çalışmada, bilgisayarın lise öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemindeki öğrenme güçlüklerini belirleyip bu güçlükleri gidermek için etkili bir şekilde kullanılabileceği sonucuna varmıştır.

Harel (1989: 139, 140, 147), çalışmasında öğrencilerin lineer cebirdeki temel kavramlarla ilgili sahip oldukları öğrenme güçlüklerinin nedenleri ve onları gidermek için nasıl bir program dizayn edilmesi gerektiği üzerinde durmuştur. Bu güçlüklerin nedenlerinden birincisinin kavramların soyut yapılar olduğu, ikincisinin uygulama alanlarının öğrenciler için alışılmışın dışında olduğu ve üçüncüsünün de çoğu öğrencinin henüz ispat ve aksiyomatik metotları bilmeyişi olarak ifade etmiştir. Ayrıca Harel, öğrenme güçlüklerini gidermede görselleştirmenin öneminden bahsederek, lineer cebirdeki temel kavramların geometriksel olarak gösterilmediği, yani görselleştirme yapılmadığında öğrencilerin bu kavramları öğrenmede güçlükler yaşayacaklarını ifade etmiştir.

Lise matematik öğretmenleri ile işbirliği içinde yürüttükleri matematiksel öğrenme güçlüklerinin giderilmesi isimli çalışmalarını Yusof vd. (1999:

376, 377, 378), (1) öğrenme güçlüklerinin incelenmesi, (2) kavram gelişimi, (3) alternatif stratejiler ve (4) sınıf içi uygulama şeklinde dört safhada gerçekleştirilmişlerdir. Yine aynı çalışmada, lise öğretmenleri ile yaptıkları işbirliği sonucunda bazı öğretmenlerin belli konuların (logaritma, fonksiyonlar, eşitsizlikler, olasılık, matris ve eğri altındaki alan) öğretiminde güçlük yaşadıklarını ortaya çıkarmışlardır. Çalışmada, birlikte çalıştıkları lise öğretmenlerine alternatif öğretim (materyal kullanımı, vb) ve problem çözme stratejileri gibi tavsiyelerde bulduklarını ifade etmişlerdir. Bu durumda öğrencilerin öğrenme güçlüklerinde gözle görülür bir oranda azalma olduğu tespit edilmiştir.

Öğretim elemanı olarak girdiği lineer cebir derslerindeki kişisel deneyimlerinden yola çıkarak hazırladığı çalışmanın ilk aşamasında Haddad (1999: iii, 6, 20, 187), lineer cebir öğrenmede öğrencilerin güçlüklerini; lineer cebirin doğası, lineer cebirin öğretimi ve öğrencilerin lineer cebirin nasıl öğrendiği şeklinde üç farklı perspektiften ele almıştır. Öğrencilerin lineer cebirde öğrenme güçlüğü yaşamalarının temel nedenleri, dersin soyut olmasına karşın öğrencilerin yeterince soyut düşünmemeleri, lineer cebirin aksiyomatik bir karakterde olması ve öğrencilerin yetersiz bir matematik temeline sahip olmaları şeklinde sıralanmıştır. İkinci aşamada ise lineer cebirin öğrenimi ve öğretimindeki güçlükleri göz önünde bulundurup buna göre bir matematiksel yazılımı (*Cabri*) kullanmıştır. Bu yazılım ile lineer cebirin belli konularını sunmada alternatif bir yolu test etmek için bir araştırma projesi uygulamıştır. Elde edilen bulgular farklı açılardan yorumlanmıştır.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan inceleme sonucunda matematikte öğrenme güçlüklerini belirleme çalışmalarında genelde veri toplama aracı olarak;

- Çoktan seçmeli sorulardan oluşan testler,
- Açık uçlu sorulardan oluşan testler,
- Öğretmenlerle yapılan mülakatlar,
- Öğrencilerle yapılan mülakatlar,
- Sınıf gözlemleri ve
- Bilgisayar programları

kullanılmıştır. Araştırma deseni olarak da daha çok “durum çalışması deseni”nin kullanıldığı tespit edilmiştir.

Araştırmada genel olarak matematikteki öğrenme güçlüklerinin; (1) uygulanan matematik öğretimindeki eksiklik, (2) konuların soyutluluğu (soyut oluşuna karşın öğrencilerin yeterince soyut düşünememeleri), (3) sözel ifadeleri yorumlayamama ve (4) öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeylerindeki yetersizlik şeklinde dört temel kaynağı olduğu ortaya çıkmaktadır.

Güçlükleri giderme çalışmalarının, güçlükleri belirleme çalışmalarından oldukça az olduğu gözlenmiştir. Bu çalışmalarda da güçlükleri gidermeye yönelik olarak; (1) bilgisayar programları, (2) görselleştirme, (3) uygun materyal kullanımı ve (4) öğrenme güçlükleri doğrultusunda öğretimi yeniden tasarlanmanın kullanıldığı tespit edilmiştir.

Bu sonuçlara göre, eğitimciler ve eğitim alanında çalışma yapan araştırmacılar için faydalı olacağı düşünülen öneriler aşağıda sunulmaktadır.

Hem matematikte hem de diğer alanlarda öğrencilerin sıklıkla yaşadıkları öğrenme güçlükleri tespit edilip bunları gidermeye yönelik yöntemler geliştirilerek; etkinlikleri üzerine çalışmalar yapılabilir. Öğretmenler, konu bazında yapılmış bu tip araştırmaları takip etmeli ve anlatacağı konu ile ilgili öğrencilerinin ne tür güçlüklerle karşılaşabileceklerinden haberdar olmalıdırlar.

Ayrıca, matematik öğretmenleri yukarıda belirtilen temel hususlara dikkat ederek anlatacakları dersi şekillendirmelidirler. Yani; kavramsal bilgi ile işlemsel bilginin dengelendiği bir matematik öğretimi gerçekleştirmeli, anlatılacak kavramın soyutluluğunu azaltacak materyallerden yararlanılmalı ve öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyine dikkat edilmeli, gerekirse bu düzey anlatılacak konuya adapte edilmelidir.

KAYNAKLAR

- Artigue, M., Menigaux, J. and Viennot, L. (1990) Some aspects of students' conceptions and difficulties about differentials. European Journal Physics, 11, 262–267.
- Baker, J. D. (1996) Students' difficulties with proof by mathematical induction. The Annual Meeting of American Educational Research Association, New York.
- Barnett, J.H. (2006) True or False? Explain!. University of Southern Colorado. İndirilme tarihi: 29.03.2006, <http://www.maa.org/SAUM/maanotes49/101.html#1>
- Dikici, R. ve İşleyen, T. (2004) Bağıntı ve fonksiyon konusundaki öğrenme güçlüklerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. Kastamonu Eğitim Dergisi, 12(1), 105–116.

- Durmuş, S. (2004a) Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. Kastamonu Eğitim Dergisi, 12(1), 125–128.
- Durmuş, S. (2004b) İlköğretim matematiğinde öğrenme zorluklarının saptanması ve zorlukların gerisinde yatan nedenler üzerine bir çalışma. VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Marmara Üniversitesi, İstanbul. İndirilme tarihi: 20.09.2006, www:web: <http://www.nef.balikesir.edu.tr/~osinan/files/ozetler.pdf>
- Duval, R. (2002) The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 1(2), 1–16.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998) İlköğretim okullarında cebir öğretimi: öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları. Cumhuriyetin 75. yılında İlköğretim I. Ulusal Sempozyumu, Başkent Öğretmen Evi, Ankara.
- Ersoy, Y. ve Ardahan, H. (2003) İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi-II: Tanıya yönelik etkinlikler düzenleme. İndirilme tarihi: 15.12.2004, www.matder.org.tr.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, A.K. (2005) Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. İlköğretim-Online, 4(1), 18–39. İndirilme tarihi: 18.01.2006, <http://www.ilkogretim-online.org.tr>.
- Harel, G. (1989) Learning and teaching linear algebra: difficulties and an alternative approach to visualizing concepts and processes. Focus on Learning Problems in Mathematics, 11(2), 139-148.
- Haddad, M. (1999) Difficulties in the learning and teaching of linear algebra – a personal experience. Unpublished Master Dissertation, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada.
- Moore, R. C. (1994) Making the transition to formal proof. Educational Studies in Mathematics, 27, 249-266.
- Rasmussen, C. L. (1998) Reform in Differential Equations: A Case Study of Students' Understandings and Difficulties. The Annual Meeting of American Educational Research Association, San Diego, CA. İndirilme tarihi: 10.01.2006, http://eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/15/8e/cb.pdf
- Tall, D. (1993) Students' difficulties in calculus, Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus. ICME-7, Quebec, Canada, 13– 28.
- Tall, D. O. and Razali, M. R. (1993) Diagnosing students' difficulties in learning mathematics. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 24(2), 209–222.
- Weber, K. (2001) Student difficulty in constructing proofs: the need for strategic knowledge. Educational Studies in Mathematics, 48, 101–119.
- Woerner, K. L. W. (1980) Computer based diagnosis and remediation of computational errors with fractions. Unpublished Doctoral Dissertation, The University of Texas, Austin.

- Yetkin, E. (2003) Student Difficulties in Learning Elementary Mathematics. ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, Columbus, OH., ED482727. İndirilme tarihi: 12.02.2005, www:Web:http://www.eric.ed.gov.
- Yılmaz, A. (2001) İşbirliğine dayalı öğrenme, etkili ancak ihmal edilen ya da yanlış kullanılan bir metot. Milli Eğitim, 150. İndirilme tarihi: 20.03.2006, <http://yayim.meb.gov.tr/dergiler/150/yilmaz.htm>
- Yusof, Y. M., Rahman, R. A., Razali, M. R., Abu, M. S., Bakar, M. N. and Tiong, O. C. (1999) Overcoming mathematical learning difficulties: a case study of collaborative research. Proceeding 8th Southeast Asian Conference, 375–380, Manila, Phillippine
- Yusof, Y. M. and Rahman, R. A. (2001) Students' difficulties with multiple integration: a preliminary study. 3rd Southern Hemisphere Symposium, South Africa.
- Zachariades, T., Christou, C., and Papageorgiou, E. (2002) The difficulties and reasoning of undergraduate mathematics students in the identification of functions. Proceedings in the 10th ICME Conference, Crete, Greece.
- Zaslavsky, O. and Peled, I. (1996) Inhibiting factors in generating examples by mathematics teachers and student teachers: the case of binary operation. Journal for Research in Mathematics Education, 27, 67–78.