



Publication of Association Esprit, Société et Rencontre
Strasbourg/France



The Journal of Academic Social Science Studies

JASSS

Volume 5 Issue 8, p. 997-1012, December 2012

**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL
ALAN BİLGİLERİ İLE PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİ
ARASINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ**

*AN ANALYSIS ON THE RELATIONSHIP BETWEEN THE
PEDAGOGICAL AND MATHEMATICAL CONTENT
KNOWLEDGE OF MATHEMATICS TEACHERS*

Arş. Gör. Burçin GÖKKURT

Atatürk Üniversitesi K.K.E.F. İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi ABD

Arş. Gör. Ömer ŞAHİN

*Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi
ABD*

Doç. Dr. Yasin SOYLU

Atatürk Üniversitesi K.K.E.F. İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi ABD

Abstract

Nowadays, considerable changes are taking place within mathematics education as to what mathematics is and how it should be taught. With the changing perspective in education, a shift has occurred from conveying the existing knowledge to showing ways to reach educational knowledge in teacher-student relationships. Therefore, well-trained teachers play a crucial role in the education system. The purpose of this study is to determine the relationship between mathematics teachers' pedagogical content knowledge and mathematical content knowledge. 41 mathematics teachers took part in this study and the qualitative research design was applied. In this framework, eight open-ended questions were asked for data gathering purposes. Data was gathered from semi-structured interviews and teachers' written explanations. The content and descriptive analysis method was used for data analysis. According to the data, there was a relationship between teachers' mathematical content knowledge and pedagogical content knowledge. The results of the study showed that most of the teachers' knowledge of mathematics was inadequate for teaching mathematics in some areas and that teachers' instructional explanations were in the form of a restatement of the procedures. It was concluded that few teachers' instructional explanations about some mathematics statements were at a conceptual (content, epistemic or problem-solving levels) level and most of the teachers' of mathematics content knowledge at this level was correct.

Keywords: mathematics teaching, pedagogical content knowledge, mathematical content knowledge.

Öz

Günümüzde, matematik eğitiminde, matematiğin ne olduğu, ne ölçüde ve nasıl öğretilmesi gerektiği konularında önemli düşünce değişiklikleri ve yenilikler olmaktadır. Bu doğrultuda, matematik eğitiminde değişiklikler olmuş, öğretmenlerin rolü, derslerinde öğrencilere mevcut bilgiyi aktarmaktan çok, bilgiye ulaşma yollarını kazandırmak olarak değişmiştir. Dolayısıyla etkili bir eğitim sisteminde, iyi yetişmiş matematik öğretmenleri önemli hale gelmiştir. Bu kapsamda, çalışmanın amacı, matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktır. Çalışmaya 41 ilköğretim matematik öğretmeni katılmış ve çalışmada, nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Bu amaçla, çalışmada sekiz açık uçlu soru hazırlanmıştır. Verilerin toplanmasında yarı yapılandırılmış mülakat ve öğretmenlerin yazılı açıklamaları kullanılmıştır. Verilerin analizinde ise, betimsel analiz ve içerik analizinden yararlanılmıştır. Elde edilen verilere göre, öğretmenlerin pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasında yakın bir ilişki olduğu ortaya çıkmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, öğretmenlerin çoğunun bazı konularda matematiksel bilgilerinin matematik öğretimi için yetersiz olduğunu, matematiksel anlamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğunu ve buna bağlı olarak verdikleri öğretimsel açıklamaların da işlemsel düzeyde olduğunu göstermektedir. Yine çalışmadan elde edilen verilerden, az sayıda öğretmenin kavramsal düzeyde (kavram düzeyi, epistemik düzey, problem çözme düzeyi) öğretimsel açıklama yaptığı ve bu düzeyde öğretimsel açıklama yapan öğretmenlerin çoğunun, verilen bazı matematiksel durumlarla ilgili matematiksel alan bilgilerinin doğru olduğu görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Matematik öğretimi, pedagojik alan bilgisi, matematiksel alan bilgisi

GİRİŞ

Bilim, bir alandaki varlıkları ve olayları inceleme, açıklama, onlara ilişkin genelleme ve ilkeler bulma, bu ilkeler yardımıyla gelecekteki olayları kestirme gayretidir (Kaptan, 2002). Matematik bir bilim olarak kabul edilmesine karşın, matematik eğitimi ülkemizde ancak son yıllarda bir bilim olarak kabul edilmektedir (Türnüklü, 2005). Bu doğrultuda, matematik eğitimine verilen önem artmakta ve matematiğin ne olduğu, ne ölçüde ve nasıl öğretilmesi gerektiği konularında önemli düşünce değişiklikleri ve yenilikleri olmaktadır (National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 2000). Bu değişiklikler ve yeniliklerle birlikte, matematik eğitiminin temel amacı, öğretmenlerin öğrencilere mevcut bilgiyi aktarmaktan çok, bilgiye ulaşma yollarını kazandırmak olarak değişmiştir. Bu kapsamda, karşılaştığı problemleri çözebilen ve öğrendiği bilgiyi günlük hayatında kullanabilen bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu becerilerin kazandırılması da etkili bir matematik öğretimiyle olur (Baki,2008).

Etkili matematik öğretimi birden çok değişkenle ilişkilidir. Öğretmen, öğrenci, sınıfın fiziki koşulları, program ve daha sayılabilecek diğer pek çok unsurlar bütünlüştüğünde etkili bir öğretimden söz edilebilmektedir. Ancak bu unsurlardan en önemlisi öğretmenlerdir (Arslan-Kılcan, 2006). Bu kapsamda, öğretmenlerin yetiştirilmesi ve niteliğine ilişkin çalışmalar ağırlık kazanmış (Bolat ve Sözen, 2009; Meriç & Tezcan, 2005) , etkili öğretmen nitelikleri üzerine çok sayıda araştırmaya rastlanmıştır. Bu çalışmaların dışında öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türleri üzerine odaklanan çalışmalar da dikkat çekicidir (Çakmak, 2004). Literatür incelendiğinde, öğretmen bilgisine yönelik pek çok çalışma bulunmaktadır (Harlen, 1997; Lloyd&Smith , 1998; Sanders&Morris, 2000). Bu çalışmalar incelendiğinde, öğretmen bilgisinin farklı şekillerde tanımlandığı ve bu bilginin oluşmasında rol oynayan çeşitli değişkenlerden bahsedildiği görülmektedir (Fennema & Franke, 1992; Grossman, 1990; Hill, Ball & Schilling, 2008; Shulman, 1986). Shulman (1997)'na göre bu değişkenler, alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, öğretim programı bilgisi, genel pedagoji bilgisi, öğrenciler ve özellikleri hakkındaki bilgi, eğitim ortamı ve şartları bilgisi, eğitimsel içerikler ve eğitimsel amaçlar bilgisi şeklinde sıralanmaktadır (akt.Baştürk&Dönmez,2011). Bu değişkenlerden, özellikle alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi üzerine çeşitli araştırmalar yapılmıştır (An, Kulm, & Wu, 2004; Daehler&Shinohara, 2001; Jones&Moreland,2004; Kahan, Cooper,&Bethea, 2003; McDuffy, 2004; Penso, 2002).

Alan bilgisi, öğretmenlerin öğreteceği alanın (matematik, biyoloji, kimya vb.) temel kavramlarına ve içeriğine ilişkin bilgi türüdür(Uşak, 2005). Pedagojik alan bilgisi ise, öğretmenlerin kendi matematiksel bilgilerini kullanarak öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yorumlamayı ve öğretimlerini bu yönde düzenlemeyi içeren bilgi türüdür (Staley, 2004). Baştürk ve Dönmez (2011)'e göre, pedagojik alan bilgisi, alan bilgisi ile pedagoji bilgisinin kesiştiği ve bu ikisi arasında tamamlayıcı bir köprü işlevi gören bilgi

türüdür. Bu iki bilgi türü arasında sıkı bir ilişki vardır. Çünkü, matematiği etkileyen etmenlerin konuyu öğretebilmeleri için mutlaka öğretecekleri konuyla ilgili alan bilgilerinin olması gerekmektedir (Türnüklü, 2005). Eğer öğretmenler, doğru olmayan alan bilgisine sahip olurlarsa, bu fikirlerini öğrencilerine de aktarabilecekleri ve öğrencilerin kavram yanlışlarını değiştirmede başarısız olabilecekleri belirtilmektedir (Käpyla, Heikkinen, & Asunta, 2009). Bu doğrultuda, matematiksel alan bilgisi yetersiz olan öğretmenler, genellikle kavramların ve ilişkilerin eksik tanımlamasına sahip olurlar ve dersi öğretmen merkezli anlatırlar. Ayrıca, öğrencilerin sorularına yer verilmediği, disiplinli ve öğrenci katılımının gerçekleşmediği öğrenme ortamları hazırlarlar (Arslan-Kılcan, 2006). Öğretmenlerin konuyu öğretmesinde, sahip olduğu alan bilgisinin rolü büyüktür; ancak, öğretmenin belli bir konuyu çok iyi bilmesi, bu konunun çok iyi öğretilebileceği anlamına da gelmemektedir (Kahan, Cooper, & Bethea, 2003). Bu doğrultuda, öğretmenlerin ya da öğretmen adaylarının, iyi bir matematik öğretmeni olabilmek için, konu alan bilgisinin yanında pedagoji alan bilgisine de sahip olmaları gerekmektedir (Ball, 1990b).

Yöntem

Bu çalışmada, nitel yaklaşım tercih edilmiştir. Çalışma, matematik öğretmenlerinin pedagojik ve matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişkiyi derinlemesine inceleyerek, konuyu bütüncül bir biçimde ortaya koymayı hedeflemektedir. Nitel araştırma yaklaşımı, sosyal yaşamı ve insanla ilgili problemleri kendine özgü metotlarla sorgulayan ve anlamlandıran süreçtir (Creswell, 1998). Araştırmada nitel yaklaşımın benimsenmesinin sebebi; nitel araştırmalarda, belirli bir içeriğin derinlemesine olarak irdelenmesi (Yıldırım & Şimşek, 2011) ve öğretmenlerin pedagoji ve matematiksel alan diline ilişkin becerilerini ayrıntılı olarak incelemek amacıyla, zengin veri elde etmeye imkân veren yaklaşım olması gösterilebilir.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını 2011-2012 eğitim-öğretim yılında ilköğretim okullarında görev yapan 41 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Nitel araştırmalarda, olasılıklı örneklemeden daha ziyade “amaçsal örnekleme” tercih edilmektedir (Punch, 2005). Nitel çalışmalarda amaçsal örnekleme, önemli ve zengin bilgilerin var olduğu düşünülen durumların ayrıntılı çalışmasına olanak sağlamaktadır (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz, & Demirel, 2011; Patton, 1987). Bu araştırmanın amacı doğrultusunda çalışma konusunu derinlemesine inceleyebilmek için amaçsal örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

Veri Toplama Aracı ve Verilerin Analizi

Araştırmada veri toplama aracı olarak literatür de göz önüne alınarak (Ball, 1990b; Kinach, 2002a, 2002b; Pesen, 2006; Toluk-Uçar, 2011) bir araştırmacı ve uzman tarafından 10 soru hazırlanmıştır. Bu sorular ilköğretim programında yer alan bazı temel konulara (Kesirler-Tamsayılar-Üslü Sayılar-Faktöriyel-Denklem Çözümü) ilişkin soruları içermektedir. Bu soruların geçerliğini sağlamak için, bu alanda bir uzmana danışılmış ve gerekli düzenlemeler yapılarak iki soru çıkarılmıştır. Bu iki sorunun çıkarılma nedenleri, benzer soruların olması ve uygulama süresinin kısıtlı olmasıdır. Bu çalışmada öğretmenlerin sahip oldukları pedagojik alan bilgi düzeylerinin, matematiksel alan bilgileri ile ilişkili olup olmadığı araştırıldığı için, her bir soruda iki farklı açık uçlu soru sorulmuştur. Birinci soru öğretmenlerin pedagojik alan bilgi düzeylerini belirlemeye yönelik iken, ikinci soru matematiksel alan bilgi düzeylerini belirlemeye yöneliktir.

Çalışmada, veri toplama tekniği olarak yarı yapılandırılmış mülakat kullanılmıştır. Mülakat, küçük ölçekli eğitim araştırmalarında en yaygın olarak kullanılan veri toplama tekniklerinden biridir. Öğretmenlik mesleğinde bilgi toplamak, düşünceleri araştırmak veya fikir alışverişini yapmak için yapılacak en doğal şeyin bireylerle konuşmak olduğu ifade

edilmektedir(Drever, 1995). Pedagojik alan bilgisi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, mülakatların çok sık kullanılan veri toplama aracı olduğu görülmektedir (Even, 1993; Halim&Meerah, 2002; Padilla, Ponce-de-Leon, Van Dijk, 2009; Park&Oliver 2008; Mıhladı&Timur, 2011). Bu kapsamda, çalışmanın amacı pedagojik alan bilgisiyle ilişkili olduğundan, bu tekniğin kullanılması tercih edilmiştir. Çalışmadaki veriler, bu mülakatlar sonucunda elde edilen açıklamalardan elde edilmiştir ve bu veriler içerik analizi tekniğiyle analiz edilmiştir. İçerik analizi, belirli kurallara dayalı kodlamalarla, bir metnin bazı sözcüklerinin daha küçük içerik kategorileri ile özetlendiği sistematik, yinelenebilir bir teknik olarak tanımlanmaktadır (Büyüköztürk vd., 2011). İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır (Yıldırım & Şimşek, 2011).

Verilerin analiz aşamasında öncelikle pedagojik alan bilgi düzeylerini tespit etmek amacıyla Kinach'in geliştirmiş olduğu anlama düzeyi çerçevesi temel alınmıştır. Bu anlama düzeyi çerçevesi içinde beş anlama düzeyi yer almaktadır. Bunlar, *konu düzeyi* (Bu seviyedeki birey, kural ve işlemleri yüzeysel olarak ya da anlamsız ifadelerle açıklamaya çalışır), *kavram düzeyi* (Bu seviyedeki birey, açıklamasında kavramın özelliklerini ve bu kavramları ifade eden farklı anlamlarını kullanır), *problem çözme düzeyi* (Bu seviyedeki birey, sonuç çıkarma, tümdengelsel düşünme, özel problem çözme teknikleri, matematiksel modelleme gibi analitik stratejiler kullanır. Ayrıca, genel ve konuya özgü stratejilerden ve yol gösterici şemalardan yararlanır), *epistemik düzey* (Bu seviyedeki birey, açıklamalarının altında yatan mantıksal gerekçeyi ifade eder) ve *araştırma düzeyidir* (Bu seviye problem çözme düzeyinin ileri düzeyidir. Bu seviyeye sahip olan birey, yeni bir bilgi, farklı bir problem veya teorem ortaya atar). Bu anlama düzeyi çerçevesi içinde, öğretmenlerin yaptıkları açıklamalar incelenmiş, bu inceleme sonunda, bir anlama düzeyinde açıklama yapan öğretmenler olduğu gibi birkaç anlama düzeyinde açıklama yapan öğretmenlere de rastlanmıştır. Yapılan mülakatlar sonucunda, elde edilen veriler araştırmacı tarafından ilgili anlama düzeylerine göre kodlanmış ve bu kodlama süreci iki hafta arayla araştırmacı tarafından yeniden gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın geçerliğini sağlamak amacıyla, veriler bir uzman tarafından tekrar kodlanmış, daha sonra bu kodlar araştırmacının yapmış olduğu kodlarla karşılaştırılmış ve kodlama güvenilirlik yüzdesi %82 olarak bulunmuştur. Kodlama sonucunda ortaya çıkan farklı kodlar uzman ve araştırmacının görüşleri doğrultusunda uzlaşmaya varılarak yeniden düzenlenmiştir. İkinci aşamada ise, öğretmenlerin matematiksel alan bilgi düzeylerini tespit etmek amacıyla öğretmenlerin yaptıkları açıklamalar doğrultusunda, araştırmacı ve uzman tarafından cevap kategorileri oluşturulmuş ve bu kategoriler, *tamamen doğru*, *kısmen doğru* ve *yanlış* olarak belirlenmiştir. Öğretmenlerle yapılan mülakatlar sonucunda, bazı öğretmenler, bazı sorulara herhangi bir öğretimsel açıklama getiremediğinden dolayı, bu kategorilere ve anlama düzeylerine *boş* kategorisi daha eklenmiştir. Öğretmenlerin matematiksel alan bilgilerini tespit edebilmek için bu sınıflama kapsamında, öğretmenlerin sorulara vermiş oldukları cevaplar, ayrıntılı olarak uzman ve araştırmacı tarafından betimsel olarak analiz edilmiştir.

Bulgular

Bu çalışmada, matematik öğretmenlerinin pedagojik ve matematiksel alan bilgi düzeyleri arasında nasıl bir ilişki olduğu her bir soruda verilen iki farklı açık uçlu sorudan elde edilen iki farklı veri grubuyla belirlenmiştir. Aşağıda her bir soru ile ilgili cevap kategorileri ve anlama düzeyleri yer almaktadır.

Tablo 1.

Öğretmenlerin Kesirlerde Çıkarma İşlemine Yönelik Cevap Kategorileri ve Bu Kategorilerle İlgili Anlama Düzeyleri

PAB \ MAB	Konu Düzeyi	Kavram Düzeyi	Problem Çözme Düzeyi	Epistemik Düzey	Araştırma Düzeyi	Boş
	f					
Tamamen doğru	2	10		2		
Kısmen doğru	34	2	1			
Yanlış						
Boş						

PAB: Pedagojik Alan Bilgisi

MAB: Matematiksel Alan Bilgisi

f: Öğretmenlerin yaptıkları öğretimsel açıklamaların sayısı

Tablo 1. incelendiğinde, konu düzeyinde olan 36 öğretimsel açıklamadan 34'ünün kesirlerde çıkarma işlemine yönelik alan bilgilerinin kısmen doğru olduğu, ikisinin ise kesirlerde çıkarma işlemine yönelik alan bilgilerinin tamamen doğru olduğu görülmektedir. Diğer taraftan, kavram düzeyinde olan 12 öğretimsel açıklamadan 10'unun kesirlerde çıkarma işlemine yönelik alan bilgilerinin tamamen doğru olduğu, ikisinin ise kısmen doğru olduğu görülmektedir.

Yapılan mülakatlar sonucunda, kısmen doğru kategorisinde yer alan öğretmenler, kesirlerde çıkarma işlemi yaparken payda eşitlemenin neden gerekli olduğunu ve ne anlama geldiğini ifade etmede yetersiz kalmışlardır. Bu kapsamda açıklama yapan öğretmenlerden çoğu, sadece rasyonel sayılarla ilgili işlem kurallarından dolayı, payda eşitleneceğini ifade ederek, ezbere bildikleri bu kuralın altında yatan mantıksal gerekçeyi verememişlerdir. Yanlış kategorisinde yer alan öğretmenlerden bazıları kesirlerde çıkarma işlemi bir model üzerinde tanımlamaya çalışmış, aynı bütünün bir parçasını çıkarmak yerine, ayrı bir bütünden parça çıkararak, kesirlerde çıkarma işlemine yönelik yanlışlığa düşmüşlerdir. Aşağıda bununla ilgili Ö₂₉ öğretmenin cevabı aynen verilmiştir.

Şekil. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

I Ö₂₉ öğretmenin birinci sorula ilgili cevabı

Öğretmenlerle yapılan mülakatlar sonucunda, tamamen doğru kategorisinde değerlendirilen öğretmenlerin açıklamaları incelendiğinde ise, öğretmenlerin payda eşitlemeyi, kesirleri aynı kesrin birimi cinsinden ifade etmek şeklinde tanımladıkları, kesirlerde çıkarma işlemi yapabilmek için modellerdeki parça sayılarının aynı olması gerektiğini belirttikleri ve bu doğrultuda çıkarma işleminin ne anlama geldiğini açıkladıkları görülmüştür. Bununla ilgili aşağıda bazı öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır.

Çıkarma işlemi yapabilmemiz için parçaların büyüklerinin eşit olması gerekir. Bunun için bu kesirlerin paydaları eşitlenir... (Ö₂₅)

Kesirlerde çıkarma işlemi için bütün eş parçalara bölünmüş olması gerekir... (Ö₃₂)

Tablo 2.

Öğretmenlerin Kesirlerde Bölme İşlemine Yönelik Cevap Kategorileri ve Bu Kategorilerle İlgili Anlama Düzeyleri

PAB	Konu Düzeyi	Kavram Düzeyi	Problem Çözme Düzeyi	Epistemik Düzey	Araştırma Düzeyi	Boş
MAB						
						f
Tamamen doğru		2	1	3		
Kısmen doğru	35	3				
Yanlış	1					
Boş						

Tablo.2'den pedagojik alan bilgisi konu düzeyinde olan 36 öğretimsel açıklamadan 35'inin kesirlerde bölme işlemine yönelik alan bilgilerinin kısmen doğru olduğu, birinin ise yanlış olduğu görülmektedir. Diğer taraftan kavram düzeyinde olan beş öğretimsel açıklamadan ikisinin tamamen doğru olduğu, üçünün ise kısmen doğru olduğu görülmektedir. Problem çözme ve Epistemik düzeyde olan öğretmenler ise, bu soruya yönelik alan bilgisini doğru kullanarak açıklama yapmışlardır. Kısmen doğru kategorisinde yer alan 38 öğretimsel açıklamadan neredeyse tamamının (35) konu düzeyinde olduğu görülmektedir. Bu kapsamda açıklama yapan öğretmenler bölmeyi bir paylaşma etkinliği olarak ifade etmişlerdir. Yalnız bir öğretmen, kesirlerle bölmeyi ölçme anlamı olarak belirtmiştir. Ayrıca, bu öğretmenlerle yapılan mülakatlardan, öğretmenlerin çoğunun derslerinde kesirlerde bölmeyi bir kural olarak verdikleri, çoğunlukla ikinci kesri ters çevirip çarpma algoritmasını kullandıkları, ancak ters çevirip çarpma algoritmasının neden doğru sonucu verdiğini açıklayamadıkları görülmüştür. Bu doğrultuda açıklama yapan Ö₃ öğretmeni, $\frac{a}{b}$ gibi bir kesri $\frac{c}{d}$ gibi bir kesrine bölündüğünde (a,b,c,d $\in Z$ ve b ve d $\neq 0$) şartını sağlaması gerektiğini ve $\frac{5}{0}, \frac{-7}{0}, \frac{-125}{0}, \dots$ gibi kesirlerin tanımsız olduğunu belirtmiştir. Buradan bölme işlemine geçerek $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$ şeklinde kural yazmış, bölme kavramının anlamını vermeden, bölmenin nasıl yapılacağını "birinci kesri aynen alır, ikinci kesri ters çevirip çarparsın ya da ikinci kesrin çarpma işlemine göre tersini alır, birinci kesirle çarparsın" ifadesi ile açıklamıştır. Başka bir öğretmen ise (Ö₇), kesirlerde bölme işlemini "240 cm'lik bir kumaşın $\frac{2}{3}$ 'ü kaçtır?" şeklinde farklı bir sözel problemle açıklamaya çalışmıştır. Ancak, bu örnek, bölme işlemine değil, çarpma işlemine uygun bir örnektir. Daha sonra çalışmada verilen $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ ifadesini $\frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{4}$ şeklinde çözerek, sayı doğrusu, alan modeli gibi farklı temsil biçimlerini kullanmadan ezbere bildiği bölme kuralını söylemiştir. Ö₇ öğretmenin açıklaması incelendiğinde, bölme işlemi ve çarpma işlemi birbirine karıştırdığı ve kesirlerde bölme işlemini kavramsal olarak açıklamada yetersiz kaldığı görülmektedir. Ortak payda algoritması ya da örüntüyü kullanan öğretmenlerin sayısı ise oldukça azdır.

Tablo. 2 incelendiğinde, yanlış kategorisinde yalnız bir öğretmenin yanıt verdiği görülmektedir. Bu doğrultuda, yanıt veren öğretmenin, matematik öğretiminde temel bir konu

olan kesirlerde bölme işlemini açıklayamaması oldukça şaşırtıcıdır. Bununla ilgili Ö₆ öğretmenin cevabı aşağıda aynen verilmiştir.

Kesirlerde bölme, iki ayrı meyvenin birbirlerine göre durumlarını ifade eder. Bunu genele yaymaya çalışırız...

Tablo 3.

Öğretmenlerin Üslü Sayılarda Çarpma İşlemine Yönelik Cevap Kategorileri ve Bu Kategorilerle İlgili Anlama Düzeyleri

PAB \ MAB	Konu Düzeyi	Kavram Düzeyi	Problem Çözme Düzeyi	Epistemik Düzey	Araştırma Düzeyi	Boş
	f					
Tamamen doğru	2			13		
Kısmen doğru	17	9		1		
Yanlış						
Boş	1					

Tablo 3'e göre, üslü sayılarda çarpma işlemine yönelik alan bilgileri tam olarak doğru olan 15 öğretimsel açıklamadan 13'ünün epistemik düzeyde, ikisinin konu düzeyinde olduğu görülmektedir. Buna karşın, kısmen doğru kategorisinde yer alan 27 öğretimsel açıklamadan 17'sinin konu düzeyinde, dokuzunun kavram düzeyinde ve birinin ise epistemik düzeyde olduğu görülmektedir. Konu düzeyinde olan sadece bir öğretmen (Ö₁₂), üslü sayılarda çarpma işleminin kuralına yönelik herhangi bir öğretimsel açıklama yapamamıştır. Yapılan mülakat sonucunda, öğretmenin derslerinde $a^{n+m} = a^n \times a^m$ formülünü öğrencilere kural olarak vermesi ve üsler toplam durumunda iken tabanların neden çarpılması gerektiği konusunda herhangi bir fikrinin olmamasını belirtmesi oldukça dikkat çekicidir. Tamamen doğru kategorisinde yer alan öğretmenlerin yaptıkları açıklamalar incelendiğinde, öncelikle a^n ifadesinde *a herhangi bir sayı ve n pozitif tamsayı* olduğunu söyleyerek üslü sayı kavramının ne olduğunu açıkladıkları, $a^{n+m} = a^n \times a^m$ ifadesini ise, tanımlı kullanarak,

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ tane}} \times \underbrace{a \cdot a \dots a}_{m \text{ tane}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n+m} = a^{n+m}$$

şeklinde ifade ettikleri görülmüştür.

Tablo 4.

Öğretmenlerin Sıfırdan Farklı Her Sayının Sıfıncı Kuvvetinin Bir Olmasıyla İlgili Cevap Kategorileri ve Bu Kategorilerle İlgili Anlama Düzeyleri

PAB \ MAB	Konu Düzeyi	Kavram Düzeyi	Problem Çözme Düzeyi	Epistemik Düzey	Araştırma Düzeyi	Boş
	f					
Tamamen doğru	2	7		7		
Kısmen doğru	2	2				
Yanlış	20					
Boş	1					

Öğretmenlerle yapılan mülakatlar incelendiğinde, pedagojik alan bilgisi konu düzeyinde olan 25 öğretimsel açıklamadan, 20'sinin yanlış kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bu doğrultuda açıklama yapan öğretmenler, $a^0 = 1$ ifadesini öğrencilere özel bir kural olarak anlattıklarını belirtmişler ve şimdiye kadar bu ifadenin neden “bir” olduğunu merak etmediklerini söylemişlerdir. Buna karşın, tablo.4 incelendiğinde epistemik düzeyde pedagojik alan bilgisine sahip olan öğretmenlerin tamamının, verilen ifadenin altında yatan mantıksal gerekçeyi izah edebilecek matematiksel alan bilgisine sahip oldukları görülmektedir. Yanlış kategorisinde yer alan öğretmenlerden bazıları, $a^0 = 1$ ifadesini anlamsız ifadelerle açıklarken, bazıları ise, alt küme kavramıyla ilişkilendirmeye çalışmıştır. Bununla ilgili aşağıda bazı öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır.

Ö₁₂: a sıfırdan farklı bir sayı olduğu için en küçük değeri veririz.

Ö₂₄: $a^0 = 1$ 'dir. Çünkü her kümenin bir tane boş alt kümesi vardır. Yani, boş küme bütün kümelerin alt kümesidir.

Ö₂₅: Sıfır sayısı yok anlamına gelir. Olmayan bir sayının kuvvetinin alınamaz. Fakat bu da sabit sayıyı verir ve çarpmada etkisiz eleman olan 1'e eşittir.

Tablo 5.

Öğretmenlerin Sıfır Rakamının Tek veya Çift Olma Durumuna İlişkin Cevap Kategorileri ve Bu Kategorilerle İlgili Anlama Düzeyleri

PAB	Konu Düzeyi	Kavram Düzeyi	Problem Çözme Düzeyi	Epistemik Düzey	Araştırma Düzeyi	Boş
MAB						
			f			
Tamamen doğru	4	10		6		
Kısmen doğru	12	2				
Yanlış	9					
Boş						

Tablo.5 incelendiğinde, pedagojik alan bilgisi konu düzeyinde olan 25 öğretimsel açıklamadan, dokuzunun yanlış kategorisinde yer aldığı, 12'sinin kısmen doğru kategorisinde yer aldığı, dördünün ise tamamen doğru kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Öğretmenlerle yapılan mülakatlar sonucunda, konu düzeyinde açıklama yapan bu dört öğretmen, sıfır rakamının çift olmasının altında yatan mantıksal gerekçeyi bilmesine rağmen, derslerinde bu bilgiyi tanım olarak verdiklerini ifade etmişlerdir. Bununla ilgili, aşağıda Ö₅ öğretmenin cevabı aynen verilmiştir.

Tek sayılar $2n + 1$, çift sayılar $2n$ ile gösterilir ve n tamsayı olmalıdır. Diyelim ki 0 tek sayı olsun. $2n + 1 = 0$ şeklinde yazalım. $2n = -1$ olur ve buradan $n = \frac{-1}{2}$ sayısını tamsayıların elemanı olmadığından 0 sayısı $2n + 1$ şeklinde yazılamaz. $2n=0$ ve $n=0$ olduğundan 0 çift sayıdır. Ancak, zaman kaybı olduğundan, derslerde bu bilgiyi tanım olarak veriyorum.

Yanlış kategorisinde yer alan öğretmenlerden bazıları ise, sıfırın rakamının çiftliği ya da tekliğinden bahsedilemeyeceğini ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda açıklama yapan öğretmenlerin sıfırın çift sayı olmasına ilişkin alan bilgilerinin yeterli olmadığı ve “sıfır sayısı ne negatif tamsayı, ne de pozitif tamsayıdır” bilgisiyle karıştırdıkları söylenebilir. Bununla ilgili aşağıda bazı öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır.

Ö₁₈: Sıfır sayısı yok anlamına gelir. Bu nedenle, teklik ya da çiftlik kavramı sıfır için söz konusu değildir.

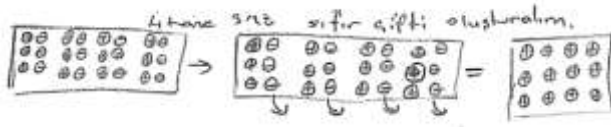
Ö₂₂: Sıfır sayısının tekliği ya da çiftliği ifade edilemez.

Tablo 6.

Öğretmenlerin Negatif İki Tamsayının Çarpımına İlişkin Cevap Kategorileri ve Bu Kategorilerle İlgili Anlama Düzeyleri

PAB	Konu Düzeyi	Kavram Düzeyi	Problem Çözme Düzeyi	Epistemik Düzey	Araştırma Düzeyi	Boş
MAB	F					
Tamamen doğru	2			4		
Kısmen doğru	17	4	2			
Yanlış	14					
Boş						

Tablo. 6'dan konu düzeyinde olan 33 öğretimsel açıklamadan, ikisinin tamamen doğru kategorisinde yer aldığı, 17'sinin kısmen doğru kategorisinde yer aldığı, 14'ünün ise yanlış kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Sadece iki öğretmenin tamsayılardaki çarpma işlemi üzerine yapmış olduğu öğretimsel açıklama, alan bilgisi bakımından yeterli düzeydedir. Bu bağlamda, doğru açıklama yapan Ö₁ öğretmeni $(-3) \cdot (-4) = (+12)$ olmasının nedenini sayı pullarını kullanarak doğru bir şekilde açıklamıştır. Buna karşın, bu bilgiyi öğrencilerine zaman kaybı olacak diye, sayma pulları yerine kural olarak verdiğini ifade etmesi oldukça



Şekil. 2 Ö₁ öğretmenin altıncı soruyla ilgili cevabı

dikkat çekicidir. Aşağıdaki Ö₁ öğretmenin cevabı bunu açıkça göstermektedir.

Aynı işaretli tamsayıların çarpımının pozitif, zıt işaretli sayıların çarpımının negatif olduğunu kuralla veriyorum

Sayma pullarıyla vermiyorum

Çok zaman kaybı oluyor...

Yanlış kategorisinde yer alan öğretmenlerin çoğu, $(-3) \cdot (-4) = (+12)$ matematiksel ifadesinde $(-).(-) = (+)$ olmasının nedenini açıklayamamış, bunun kural olduğunu ve böyle kabul edildiğini ve öğrencilerine de bu bilgiyi kural olarak öğrettiklerini belirtmişlerdir. Matematik öğretmenlerinin ilköğretimde temel bir konu olan tamsayılar konusunda çarpma işlemine yönelik alan bilgilerinin bu kadar eksik olması oldukça şaşırtıcıdır.

Tablo 7.

Öğretmenlerin Sıfır Faktöriyelinin Bir Olmasına İlişkin Cevap Kategorileri ve Bu Kategorilerle İlgili Anlama Düzeyleri

PAB \ MAB	Konu Düzeyi	Kavram Düzeyi	Problem Çözme Düzeyi	Epistemik Düzey	Araştırma Düzeyi	Boş
f						
Tamamen doğru		1		6		
Kısmen doğru	9					
Yanlış	19					
Boş	2					4

Tablo.7 incelendiğinde, tamamen doğru kategorisinde yer alan yedi öğretimsel açıklamadan altısının epistemik düzeyde, birinin kavram düzeyinde olduğu görülürken, kısmen doğru kategorisinde yer alan dokuz öğretimsel açıklamanın ise konu düzeyinde olduğu görülmektedir. Tablo.7 incelendiğinde, sıfır faktöriyelinin bir olmasıyla ilgili soruya, konu düzeyinde yapılan 30 öğretimsel açıklamadan, 19'unun alan bilgisi yönünden eksik olduğu ve öğretmenlerin bu soruya ilişkin herhangi bir doğru açıklama yapamadıkları görülmektedir. Dört öğretmen (Ö₄, Ö₁₂, Ö₁₆, Ö₁₇) ise, ne pedagojik ne de matematiksel alan bilgisine yönelik herhangi bir öğretimsel açıklamaya başvurmamıştır. İki öğretmen ise, $0! = 1$ matematiksel ifadesinin neden bir olduğunu hiç düşünmediklerini ve nedenini kendilerinin de bilmediklerini ifade ederek, öğrencilerine özel bir kural şeklinde yazdırdıklarını belirtmişlerdir. Bununla ilgili aşağıda iki öğretmenden alıntılar yer almaktadır.

Ö₁₂: $0!$ 'in neden bir olduğu bilinmemektedir. Öğrencilere bunun özel bir kural olduğunu söylüyorum...

Ö₁₇: $0! = 1$ 'in nedenini açıkça ben de bilmiyorum. Derslerde bu ifadenin bu şekilde kullanılması gerektiğini vurguluyorum. Diğer bir deyişle, öğrencilerime bu ifadenin temel bir ifade olduğunu ve bu şekilde kabul edildiğini söylüyorum.

Tablo 8.

Öğretmenlerin Karesi Dokuz Olan Sayının Çözüm Kümesine İlişkin Cevap Kategorileri ve Bu Kategorilerle İlgili Anlama Düzeyleri

PAB \ MAB	Konu Düzeyi	Kavram Düzeyi	Problem Çözme Düzeyi	Epistemik Düzey	Araştırma Düzeyi	Boş
f						
Tamamen doğru	1	3		8		
Kısmen doğru	30	1				
Yanlış						
Boş						

Tablo. 8 incelendiğinde konu düzeyinde pedagojik alan bilgisine sahip olan öğretmenlerin yaptıkları açıklamalardan 30'unun kısmen doğru kategorisinde yer aldığı, birinin ise tamamen doğru kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Buna karşın kavram düzeyinde pedagojik alan bilgisine sahip olan dört öğretmenin üçünün tamamen doğru kategorisinde açıklama yaptığı, birinin ise kısmen doğru kategorisinde açıklama yaptığı görülmektedir. Yine Tablo. 8'den, 43 öğretimsel açıklamadan sadece sekizinin epistemik düzeyde olduğu, ancak bu öğretimsel açıklamaların tümünün alan bilgisi bakımından tamamen yeterli olduğu görülmektedir. Bununla ilgili aşağıda bazı öğretmenlerden alıntılar yer almaktadır.

Ö₄: $x^2 = 9$ ise $x^2 - 9 = 0$ olur. Buradan $(x - 3) \cdot (x + 3) = 0$

$(x + 3) = 0, (x - 3) = 0$ olur. Buradan, $x = -3$ ve $x = +3$ olur. Çözüm kümesi $\{-3, +3\}$ olur .

Ö₁₈: $x^2 = 9$ buradan her iki tarafın karekökünü alırsak. $\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$ olur ve $|x| = 3$ olduğundan $x = -3$ ya da $x = +3$ olur.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada, matematik öğretmenlerinin sahip oldukları pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasında ilişki olduğu ortaya çıkmıştır. Benzer sonuç, konu alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisi arasındaki ilişkiyi araştıran çalışmaların çoğunda konu alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisi arasında sıkı bir ilişki olduğu görülmektedir (Boz, 2004; Even, 1993; Capraro et al., 2005; Türnüklü, 2005) Çalışma sonunda, sekiz sorudan elde edilen 346 öğretimsel açıklamadan 236'sının konu düzeyinde olduğu ve konu düzeyinde olan bu öğretimsel açıklamalardan da sadece 13'ünün matematiksel alan bilgisinde yeterli olduğu görülmektedir. Konu olarak incelendiğinde ise, kesirler konusundaki çıkarma ve bölme işlemleriyle ilgili 96 öğretimsel açıklamadan, 72'sinin pedagojik yönden konu düzeyinde olduğu görülmektedir. Literatür incelendiğinde birçok çalışmada da aynı şekilde öğretmen adaylarının kesirler konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerinin konu düzeyinde olduğu belirlenmiştir (Ball, 1990a, 1990b; Işıksal, 2006; Lubinski, Fox, & Thomason, 1998; Ma, 1999; Nagle & McCoy, 1999). Bu 72 öğretimsel açıklamanın içerisinde sadece ikisinin matematiksel alan bilgisi bakımından yeterli olduğu görülmüştür. Yine öğretmenlerin üslü sayılar ile ilgili, faktöriyel ile ilgili, sıfırın çift sayı olup olmaması ile ilgili, tamsayılarla ilgili ve denklemin çözüm kümesi ile ilgili sorulara vermiş oldukları 250 öğretimsel açıklamadan kesirlerde bölme ve çıkarma işlemlerinde olduğu gibi ağırlıklı olarak konu düzeyinde oldukları ve konu düzeyinde olan 164 öğretimsel açıklamadan sadece 13'ünün matematiksel alan bilgisinde yeterli olduğu belirlenmiştir. Diğer taraftan, matematiksel alan bilgisinde yeterli olan öğretimsel açıklamaların nerdeyse tamamının epistemik ve kavramsal düzeyde pedagojik alan bilgisine sahip olduğu görülmüştür. Buradan konu alan bilgisine sahip olmayan öğretmenlerin konuyu öğrencilere anlatmada kullandıkları pedagojik bilgide sıkıntı yaşadıkları söylenebilir. Konu düzeyinde olan çok az sayıda öğretmenin, öğreteceği konuyla ilgili alan bilgisinde yeterli olduğu ve kuralları gerekçeleri ile birlikte ifade edebildiği görülmüştür. Buna karşın, bu öğretmenler, derslerinde bu gerekçeyi ifade etmenin zaman kaybı olduğunu düşündüklerini ve öğrencilerine kural olarak verip, bu kuralın neden böyle olduğu üzerinde fazla durmadıklarını belirtmişlerdir. Bu doğrultuda, matematik bilmenin pedagojik alan bilgisi için gerekli olduğunu ancak iyi bir matematiksel alan bilgisine sahip olmanın iyi bir pedagojik alan bilgisine sahip olmak için tek başına yeterli olmadığını söyleyebiliriz. Etkili matematik öğretimi için öğretmenlerin, sahip oldukları alan bilgileri (Ball, 1990a) ve pedagojik içerik bilgileri önemlidir (An, Kulm, & Wu, 2004; McDiarmid, Ball, & Anderson, 1989). Bu yüzden,

öğretmenlerin, öğrencilere öğretecekleri konuya ilişkin matematiksel bilgiye sahip olmaları gerekmektedir (Schwab, 1983'den aktaran Türnüklü, 2005). Bu doğrultuda, çalışmada aşağıdaki öneriler sunulmuştur.

Milli Eğitim Bakanlığı, programın hedeflerine ulaşması bakımından öğretmenlerin hem matematiksel alan bilgilerinin, hem de matematiği öğrenme ve öğretmeye ilişkin pedagojik içerik bilgilerinin gelişimi için hizmet içi kurslar düzenleyebilir.

Okullarda, matematik zümre öğretmenleri, kesirler, üslü sayılar ve tamsayılar konusuna ilişkin alan bilgilerindeki eksikliklerin giderilmesi için birbirleriyle bilgi alışverişinde bulunabilirler.

Not: Bu çalışma 11. Matematik Sempozyumunda (Matder) sözlü bildiri olarak sunulmuştur. (Samsun-21.09.2012)

KAYNAKÇA

- AN, S., KULM, G., & WU, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145–172.
- ARSLAN-KILCAN, S. (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- BAKİ, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi (4.baskı)*. Trabzon: Harf Eğitim Yayıncılık.
- BALL, D. L. (1990a). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- BALL, D. L. (1990b). Prospective elementary and secondary teachers understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- BAŞTÜRK, S. & DÖNMEZ, G. (2011). Examining pre-service teachers' pedagogical content knowledge with regard to curriculum knowledge. *International Online Journal of Educational Sciences*, 3(2), 743-775.
- BOLAT, M. ve SÖZEN, M. (2009). Knowledge levels of prospective science and physics teachers on basic concepts on sound (sample of Samsun city). *Procedia Social and Behavioral Science* 1, 1231–1238.
- BOZ, N. (2004, Temmuz). Öğrencilerin hatasını tespit etme ve nedenlerini irdeleme. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı*. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi.
- BÜYÜKÖZTÜRK, Ş., KILIÇ -ÇAKMAK, E., AKGÜN, Ö.E., KARADENİZ, Ş., & DEMİREL, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri (8.baskı)*. Ankara: Pegem Yayınları.
- CAPRARO, R.M., CAPRARO, M.M., PARKER, D., KULM, G., RAULERSON, T. (2005). The mathematics content knowledge role in developing preservice teachers'

- pedagogical content knowledge. *Journal of Research in Childhood Education*, 20 (2), 108-124.
- CRESWELL, J.W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. California: Sage Publications.
- ÇAKMAK, M. (2004). İlköğretimde matematik öğretimi ve öğretmenin rolü. <http://www.matder.org.tr>
- DAEHLER, K.&SHİNOHARA, M.(2001). A complete circuit is a complete circle: exploring the potential of case materials and methods to develop teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge of science.*Research in Science Education*,31,267-288.
- DREVER, E.(1995). *Using semi-structured interviews in small-scale research*. Glasgow: SCRE Publication.
- EVEN, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. *Journal of Research in Mathematics Education*, 24(2), 94–116.
- FENNEMA, E. &FRANKE,M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D.A.
- GROSSMAN, P.L. (1990). *The making of a teacher: teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- HALİM, L. & MEERAH, S. (2002). Science trainee teachers' pedagogical content knowledge and its influence on physics teaching. *Research in Science ve Technological Education*, 20(2).
- HARLEN, W.(1997). Primary teachers' understanding of concepts of science: impact on confidence and teaching.*Science Education*, 19(1), 93-105.
- HİLL, H.C., BALL, D.B., & SCHİLLİNG, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Teacher Education*, 39(4), 372-400.
- İŞIKSAL, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions*. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Department of Secondary Science and Mathematics Education.
- JONES, A.&MORELAND,J.(2004). Enhancing practicing primry school teachers'pedagogical content knowlede in techology. *International Journal of Technology and Desig Education*,14,121-140.
- KAHAN, J., COOPER, D. ,& BETHEA, K. (200 3). The role of mathematics teachers' content knowledge in their teaching: a framework for research applied to a study of student teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 223-252.
- KÄPYLA, M., HEİKKİNEN, J.P. ve ASUNTA, T. (2009). Influence of content knowledge on pedagogical content cnowledge: The case of teaching photosynthesis and plant growth. *International Journal of Science Education*,31(10), 1395–1415.
- KAPTAN, F. (2002). *Fen bilgisi öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- KİNACH, B. M. (2002a). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics methods course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 153-186.

- KİNACH, B. M. (2002b). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, 18(1), 51-71.
- LLOYD, K.J. & SMİTH, G.R.(1998). National institute of education, Singapore. *Science Education*, 270- 279.
- LUBİNSKİ, C.A., FOX, T, & THOMASON, R. (1998). Learning to make sense of division of fractions: one K-8 pre-service teacher's perspective. *School Science and Mathematics*, 98(5), 247-253.
- MA, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- MCDİARMİD, G. W., BALL, D. L., & ANDERSON, C. (1989). Why Staying One Chapter Ahead Doesn't Really Work: Subject-Specific Pedagogy. In M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge Base for the Beginning Teacher* (pp. 193-205). Elmsford, NY: Pergamon Press.
- MCDUFFY, A. (2004). Mathematics teaching as a deliberate practice: an investigation of elementary pre-services teachers' reflective thinking during student teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 33-61.
- MERİÇ, G. & TEZCAN, R. (2005). Fen bilgisi öğretmeni yetiştirme programlarının örnek ülkeler kapsamında değerlendirilmesi (Türkiye, Japonya, Amerika ve İngiltere Örnekleri). *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 7(1), 62-82.
- MIHLADIZ, G. & TİMUR, B. (2011). Pre-Service science teachers viewa of in-Service science teachers' pedagogical content knowledge. *Eurasian Journal of Physics and Chemistry Education, Special Issue*, 89-100.
- NAGLE, L. M., & MCCOY, L.P. (1999). *Division of fractions: procedural versus conceptual knowledge*. In McCoy, L.P. (Ed.), *Studies in teaching: 1999 research digest*. Research projects presented at annual Research Forum (Winston-Salem, NC), PP.81-85. ERIC Document Reproduction Service No.: ED 443 814.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. Roston, Virginia.
- PADİLLA, K., PONCE-DE-LEON, A.M., REMBADO, F.M., & GARRİTZ, A., (2008). Undergraduate professors' pedagogical content knowledge: the case of 'amount of substance'. *International Journal of Science Education*, 30(10), 1389 - 1404.
- PARK, S. & OLİVER, J.S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge(PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38(3), 261-284.
- PATTON, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. California: Sage Publications, Inc.
- PENSO, S. (2002). Pedagogical content knowledge: How do student teachers identify and describe the causes of their pupils' learning difficulties?. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 30(1), 25-37.

- PESEN, C. (2006). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi (3. baskı)*. Ankara: Öncü basımevi.
- PUNCH, F. K. (2005). *Sosyal araştırmalara giriş, nitel ve nicel yaklaşımlar*, (çev. D. Bayrak, H.B. Arslan, Z. Akyüz), Ankara: Siyasal Kitapevi.
- SANDERS, S.&MORRIS, H. (2000). Exposing student teachers' content knowledge:empowerment or debilitation? *Educational Studies*, 26(4), 397-408.
- SHULMAN L. (1986).Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective. In M, Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*. NY: Macmillian Publishing Company.
- STALEY, K. N. (2004). *Tracing the development of understanding rate of change: a case study of changes in a pre-service teacher's pedagogical content knowledge*. Yayınlanmamış Doktora Tezi.
- TOLUK-UÇAR, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87-102.
- TÜRNÜKLÜ, E.B. (2005). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 21, 234–247.
- UŞAK, M. (2005). *Fen bilgisi öğretmen adaylarının çiçekli bitkiler konusundaki pedagojik alan bilgileri*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- VAN DİJK, E.M. (2009). Teachers' views on understanding evolutionary theory: a PCK-Study in the framework of the ERTE-model. *Teaching and Teacher Education*, 25(5), 9-267.
- YILDIRIM, A. & ŞİMŞEK, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri(8.baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.