

## Bulanık Araç Rotalama Problemlerine Bir Model Önerisi ve Bir Uygulama

Doç. Dr. İbrahim GÜNGÖR

Süleyman Demirel Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü, İSPARTA

Yrd. Doç. Dr. Ahmet ERGÜLEN

Niğde Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü, NİĞDE

### ÖZET

*Bu çalışmada, araç rotalama problemi (ARP) için bir model önerilmiştir. Ele alınan ARP türünde, bir fabrikadan çok sayıdaki toptancıya mal dağıtımını farklı kapasitedeki araçlarla yapılmaktadır. Talep miktarları yaklaşık değerler (bulanık) olarak dikkate alınmıştır. Ayrıca, önerilen modelin bir firmanın mal dağıtım sorununun çözümünde uygulaması yapılmıştır.*

**Anahtar Kelimeler:** Araç Rotalama Problemi; Bulanık Mantık; Doğrusal Programlama.

### ABSTRACT

*In this study, a model has been developed for the vehicle routing problem. In the problem, capacities of the vehicles vary and goods are delivered from the factory to several wholesalers. Demands of the wholesalers are assumed to be only approximately known using the rules of fuzzy arithmetic and fuzzy logic. The model has been also used to solve a manufacturer's distribution problem.*

**Keywords:** Vehicle routing problem; Fuzzy logic; Linear-Integer Programming.

### Giriş

İşletmecilikte taşıma maliyetlerinin önemi bilinen bir gerçektir. Bu nedenle taşıma maliyetlerinin minimizasyonu konusunda pek çok araştırmanın yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmaların önemli bir kısmının Araç Rotalama Problemi alanında olduğu gözlenmektedir (Tarantilis, C.D. ve arkadaşları 2004).

Araç Rotalama Problemleri (ARP), coğrafi olarak dağıtım merkezlerine bir veya birden fazla depodan hizmet vermek üzere görevlendirilen araçların optimum dağıtım/toplama rotalarının planlanması problemleridir (Eryavuz, M. ve Gencer, C., s:139, 2001). Tüketim mallarının fabrikalardan toptancılara dağıtım sorunu, ARP için iyi ve kolay anlaşılır bir örnek problemdir. Burada fabrikalar arz merkezleri, toptancılar ise talep merkezleri durumundadır.

Literatürde yer alan çalışmalar; farklı özellikler içeren ARP problemlerinin modellenmesi, bu problemlerin optimum çözümünün araştırılmasında farklı çözüm algoritmalarının kullanılması ve gerçek hayattaki çeşitli sorunların çözümü için uygulamalar yapılması şeklindedir (Gilbert Laporte, G. ve diğerleri, 2000; Ropke, S. ve Pisinger, D., 2004)

Araç Rotalama Problemleri konusunda yapılan çalışmalarda, talep merkezlerinin belli bir dönem içindeki talep miktarlarının sabit olarak alındığı gözlenmektedir. Halbuki, birçok ARP türünde bu miktarların bulanık olarak düşünülmesi daha mantıklı olabilir. Örneğin; fabrikalardan toptancılara mal taşınması durumunda, toptancıların bir dönemlik talep miktarları kesin rakamlar

değil, yaklaşık rakamlardır. Yani, talep miktarının bir kısmının karşılanmaması durumunda çok önemli bir sakınca ortaya çıkmayabilir. Toptancılara mal taşınması sürekli olarak yapılır. Taşıma planı örneğin on günlük dönemler halinde yapılabilir. Her toptancını ilerideki her on gün için talep miktarları belirlenir. Bu miktarlar tahmini rakamlardır. Örneğin, bir toptancının önümüzdeki on günlük süre için talebi 500 birim mal ise, bu miktarın 30 birimi bulanık miktar olarak dikkate alınabilir. Buna göre; 500 birimlik talebin 470 birimlik kısmı mutlaka karşılanmalıdır. Kalan 30 birimlik miktarın bir kısmı ise (gerek görülürse) karşılanmayabilir. Yani, toplam taşıma maliyetinin düşürülmesine olanak veren kısmı karşılanmayabilir. Bu özellikteki yapılar bulanık mantıkla açıklanmaktadır (Zadeh, L.A. 1965, Zimmermann, 1978). Bu durumun dikkate alınması ile, optimum çözümde toplam taşıma maliyetinin önemli ölçüde düşürülmesi sağlanabilir.

Bu çalışmada; bir fabrikadan birden çok toptancıya farklı kapasitedeki araçlarla sürekli olarak mal taşınması probleminde, talep miktarlarının bulanık olduğu duruma uygun bir doğrusal programlama modeli önerilerek, bu modelin bir firmada uygulaması yapılmıştır.

Literatürde talep miktarlarını bulanık olarak dikkate alan sadece bir çalışma gözlenebilmiştir (Teodorovi, D. ve Pavković, G. 1996). Teodorovi ve Pavković'in çalışmalarında; doğrusal programlama modeli kullanılmamıştır. Optimum çözüm; bulanık mantık ve bulanık matematik kuralları dikkate alınarak "Sweeping" hüristik algoritması ile araştırılmıştır.

### 1. Önerilen Model

Bu çalışmada önerilen model; bir fabrikadan çok sayıda toptancıya sürekli olarak mal taşıma işleminin yapıldığı ve toptancı talep miktarlarının bulanık olduğu durumlara benzer araç rotalama problemleri için kullanılacak bir karışık tamsayılı doğrusal programlama modelidir. Önerilen model aşağıdadır:

$$Z_{\min} = \sum_{j=1}^n \alpha_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^n g_i Y_i$$

$$i = 1, 2, \dots, m \text{ ve } j = 1, 2, \dots, n$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_{ij} - h_i Y_i \leq b_i \quad i=1, 2, \dots, m \quad [1]$$

$$\sum_{i=1}^m f_i X_{ij} + W_{kj} - V_{jt} + d_j \alpha_j \geq Q_j$$

$$i=1, 2, \dots, m \quad k=1, 2, \dots, n \quad j=1, 2, \dots, n \\ t=1, 2, \dots, n \quad (j \neq t) \quad (j \neq k) \quad [2]$$

$$0 \leq \alpha_j \leq 1 \quad [3]$$

$X_{ij}, Y_i \geq 0$  ve tamsayı

$W_{kj} \geq 0, \quad V_{jt} \geq 0$

Modeldeki Değişkenler:

$X_{ij}$  : i. tip aracın j merkezine yapacağı sefer sayısı

$Y_i$  : Firmanın sahip olduğu araç filosuna dahil edilecek i kapasiteli

$W_{kj}$  : k merkezine giden bir aracın yol üstündeki j merkezine bıraktığı yük miktarı

$V_{jt}$  : j merkezine giden bir aracın yol üstündeki t merkezine bıraktığı yük miktarı

$\alpha_j$  : j merkezinin talebinde yer alan bulanık aralığın kullanım oranı

Modeldeki Katsayılar:

m : Farklı tonajdaki (tipdeki) araç sayısı

n : Talep merkezi sayısı

i : araç tipi indisi,

j : aracın yük taşıdığı talep merkezinin indisi

$c_{ij}$  : i. tip aracın j bölgesine yapacağı sefer maliyetini,

$g_i$  : kiralanan i kapasiteli aracın bir dönemlik kira bedeli

$a_{ij}$  : i. tip aracın arz merkezinden j talep merkezine gidiş-geliş süresi

$h_i$  : kiralanan i kapasiteli aracın bir dönemlik çalışma kapasitesi (süresi)

$b_i$  : i. tipteki araçların bir dönem içinde çalışabilecekleri toplam süre,

$f_i$  : i tip aracın yük taşıma kapasitesi

$Q_j$  : j merkezinin talep ettiği yük miktarı

$d_j$  : j merkezinin talebi için izin verilebilen negatif sapma miktarı

(Bulanık Miktar)

[1] Numaralı kısıtlar, farklı tipteki araçların bir dönem içinde çalışabilecekleri toplam sürelerle ilişkin araç kullanım kapasitesi kısıtlarıdır. Bu kısıtların sağ taraf sabiti ( $b_i$ ) olarak, işletmenin elinde bulunan araçların toplam kapasitesi (süre olarak) yer almaktadır. İşletmenin öncelikle elindeki araçları kullanması, yeterli gelmez ise araç kiralamasının uygun olacağı düşüncesi ile bu kısıtlara yer verilmiştir. Bu nedenle, kiralanan araç sayısını temsil eden değişkenin ( $Y_i$ ) katsayısı ( $-h_i$ ) negatif işaretlidir. Bu terim ( $-h_i Y_i$ ) eşitsizliğin sağ tarafına

geçirildiğinde işaret pozitif olacağından, toplam yük miktarının taşınmasında mevcut araçların yetersiz gelmesi halinde, bu eksikliğin kiralanan araçlar ile tamamlanmasına olanak verilmektedir. Bu düşünceye uygun olarak,  $Y_i$  değişkenin amaç fonksiyonundaki katsayısı daha büyük bir değer olarak dikkate alınmıştır.

[2] Numaralı talep kısıtlarının sağ taraflarında, merkezlerin bir dönemlik talep miktarları ( $Q_j$ ) yer almaktadır.  $j$  merkezine üç farklı şekilde mal gelmektedir:

1-  $i$ . tip aracın  $j$  merkezine yaptığı seferler ile yükünün tamamını bu merkeze boşaltmakla ( $X_{ij}$ ),

2-  $k$  merkezine giden bir aracın yol üstündeki  $j$  merkezine bıraktığı yük miktarı ile ( $W_{kj}$ ),

3-  $j$  merkezine giden bir aracın yol üstündeki  $t$  merkezine bıraktığı yük miktarı ( $V_{jt}$ ), birinci yol ile  $j$  merkezine giden toplam yük miktarını ( $V_{jt}$ ) kadar azaltır.

$j$  merkezinin talep miktarında gerekirse  $d_j$  kadar azaltma yapılabileceği ( $d_j$  kadar talebin karşılanmayabileceği) kabul edildiğinde, talebin bulanık olan kısmını ifade eden bu miktar, talep miktarında izin verilen negatif sapmadır. Sapma miktarının kullanım oranı,  $\alpha_j$  değişkeninin değeri kadar olacaktır.  $\alpha_j$  değişkenlerinin 0 ve 1 arasında değerler alabilmesi için [3] numaralı kısıtlar düzenlenmiştir.

Bu modelde, öncelik sırasına göre aşağıdaki hedefler yer almaktadır:

1. hedef, toplam taşıma maliyetinin minimizasyonu
2. hedef, talep kapasiteleri için izin verilen negatif sapma miktarının kullanılan kısmının minimizasyonu

Birinci öncelikli amaca ilişkin değişkenlerin amaç fonksiyonundaki katsayılarına göre, ikinci öncelikli amaca ilişkin değişkenlerin ( $\alpha_j$ ) amaç fonksiyonundaki katsayılarının çok küçük bir değer olması gerektiğinden  $\alpha_j$  değişkenlerinin katsayıları bir olarak alınmıştır.

## 2. Bir Gıda İşletmesinde Uygulama

Modelin uygulaması, Antalya ilindeki fabrikada üretilen bir ürünün 1.Diyarbakır, 2.Erzurum, 3.Hatay, 4.Kastamonu, 5.Malatya, 6.Mardin, 7.Mersin, 8.Samsun, 9.Sivas, 10.Tokat ve 11.Trabzon illerinde bulunan toptancılara (talep merkezleri) dağıtılması sorununun çözümü için yapılmıştır. Uygulama dönemi olarak 10 günlük bir süre dikkate alınmıştır. Firmanın elinde bulunan araçların özellikleri Tablo.1'de; distribütörlerin bu dönem içindeki talep miktarları, fabrikadan distribütörlere mal taşıyan bir aracın gidiş-geliş (sefer) maliyeti ve süreler Tablo.2'de verilmiştir.

**Tablo 1: Firmanın elinde bulunan araçlar**

Araç tipi (yük kapasitesi)	Araç tipi no: (i)	Araç sayısı	Araçların toplam çalışma kapasiteleri (saat)
13 Tonluk	1	14	3360
20 Tonluk	2	8	1920
25 Tonluk	3	3	720

**Tablo 2: Toptancıların talep miktarları ve araç sefer maliyetleri**

j	Toptancı bulunan iller	Fabrika ve toptancı arası uzaklık (Saat)	Toptancı talep miktarı (Kg)	Araçların sefer maliyetleri		
				13 Tonluk i=1	20 Tonluk i=2	25 Tonluk i=3
1	Diyarbakır	16	77851	143598	220920	276150
2	Erzurum	24	22109	296725	456500	570625
3	Hatay	6	14687	62491	96140	120175
4	Kastamonu	18,46	10398	235534	362360	452950
5	Malatya	12	6599	136994	210760	263450
6	Mardin	16	61938	143598	220920	276150
7	Mersin	2,18	30720	41990	64600	80750
8	Samsun	20	31370	236899	364460	455575
9	Sivas	15	26758	140920	216800	271000
10	Tokat	17,14	30984	182247	280380	350475
11	Trabzon	26,66	7752	296855	456700	570875

Bu çalışmada önerilen model için Tablo.1 ve Tablo.2'deki veriler dikkate alınarak bir uygulama yapıldığında, aşağıda açık yazılımı verilen bir bulanık doğrusal programlama modeli ortaya çıkmaktadır:

Amaç denklemi

$$\begin{aligned}
Z_{\min} = & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8 + \alpha_9 + \alpha_{10} + \alpha_{11} \\
& + 143598X_{1,1} + 296725X_{1,2} + 62491X_{1,3} + 235534X_{1,4} + 136994X_{1,5} \\
& + 143598X_{1,6} + 41990X_{1,7} + 236899X_{1,8} + 140920X_{1,9} + 182247X_{1,10} \\
& + 296855X_{1,11} + 220920X_{2,1} + 456500X_{2,2} + 96140X_{2,3} + 362360X_{2,4} \\
& + 210760X_{2,5} + 220920X_{2,6} + 64600X_{2,7} + 364460X_{2,8} + 216800X_{2,9} \\
& + 280380X_{2,10} + 456700X_{2,11} + 276150X_{3,1} + 570625X_{3,2} + 120175X_{3,3} \\
& + 452950X_{3,4} + 263450X_{3,5} + 276150X_{3,6} + 80750X_{3,7} + 455575X_{3,8} \\
& + 271000X_{3,9} + 350475X_{3,10} + 570875X_{3,11} + 13000000Y_1 \\
& + 20000000Y_2 + 25000000Y_3
\end{aligned}$$

Araçların çalışma kapasitesi kısıtları

$$16X_{1,1} + 24X_{1,2} + 6X_{1,3} + 18,46X_{1,4} + 12X_{1,5} + 16X_{1,6} + 2,18X_{1,7} + 20X_{1,8} + 15X_{1,9} + 17,14X_{1,10} + 26,66X_{1,11} - 240Y_1 \leq 3360$$

$$16X_{2,1} + 24X_{2,2} + 6X_{2,3} + 18,46X_{2,4} + 12X_{2,5} + 16X_{2,6} + 2,18X_{2,7} + 20X_{2,8} + 15X_{2,9} + 17,14X_{2,10} + 26,66X_{2,11} - 240Y_2 \leq 1920$$

$$16X_{3,1} + 24X_{3,2} + 6X_{3,3} + 18,46X_{3,4} + 12X_{3,5} + 16X_{3,6} + 2,18X_{3,7} + 20X_{3,8} + 15X_{3,9} + 17,14X_{3,10} + 26,66X_{3,11} - 240Y_3 \leq 720$$

Toptancıların talep kısıtları

$$13000X_{1,1} + 20000X_{2,1} + 25000X_{3,1} + 3000\alpha_1 \geq 77851$$

$$13000X_{1,2} + 20000X_{2,2} + 25000X_{3,2} - V_{2,9} + 1000\alpha_2 \geq 22109$$

$$13000X_{1,3} + 20000X_{2,3} + 25000X_{3,3} + 500\alpha_3 \geq 14687$$

$$13000X_{1,4} + 20000X_{2,4} + 25000X_{3,4} + 400\alpha_4 \geq 10398$$

$$13000X_{1,5} + 20000X_{2,5} + 25000X_{3,5} + 250\alpha_5 \geq 6599$$

$$13000X_{1,6} + 20000X_{2,6} + 25000X_{3,6} + 2500\alpha_6 \geq 61938$$

$$13000X_{1,7} + 20000X_{2,7} + 25000X_{3,7} + 1200\alpha_7 \geq 30720$$

$$13000X_{1,8} + 20000X_{2,8} + 25000X_{3,8} + 1250\alpha_8 \geq 31370$$

$$13000X_{1,9} + 20000X_{2,9} + 25000X_{3,9} + W_{2,9} + W_{10,9} + W_{11,9} + 1100\alpha_9 \geq 26758$$

$$13000X_{1,10} + 20000X_{2,10} + 25000X_{3,10} - V_{10,9} + 1300\alpha_{10} \geq 30984$$

$$13000X_{1,11} + 20000X_{2,11} + 25000X_{3,11} - V_{11,09} + 300\alpha_{11} \geq 7752$$

Bulanık aralığın maksimum kullanım oranı kısıtı

$$0 \leq \alpha_j \leq 1$$

Diğer kısıtlar

$$X_{ij}, Y_i \geq 0 \text{ ve tamsayı}$$

$$W_{kj} \geq 0, \quad V_{jt} \geq 0$$

Modelin WINQSB paket programı ile elde edilen optimum çözümü Tablo.3'de verilmiştir. Tablo.3'de görüldüğü gibi, önerilen model ile bulunan optimum çözümde minimum taşıma maliyeti 4.138.860.000 TL. olarak bulunmuştur. Firmanın uyguladığı planın (Tablo.4) maliyeti ise 4.773.561.000 TL. olarak hesaplanmıştır. Bu değer; Tablo.4'de verilen taşıma planına göre araçların ilgili şehirlere yaptığı sefer sayıları ile Tablo.2'de verilen sefer maliyetleri çarpılıp

toplanarak bulunmuştur. Bu sonuçlardan; uygulanmakta olan planın, bu çalışma ile bulunan optimum plana göre %15 daha fazla maliyet gerektirdiği görülmektedir.

**Tablo 3: Optimum Çözüm Sonuçları**

$X_{1,1}$	0	$X_{2,1}$	0	$X_{3,1}$	3	$\alpha_1$	0.950	$W_{2,9}$	3891
$X_{1,2}$	0	$X_{2,2}$	0	$X_{3,2}$	1	$\alpha_2$	1	$W_{10,9}$	3316
$X_{1,3}$	0	$X_{2,3}$	1	$X_{3,3}$	0	$\alpha_3$	0	$W_{11,9}$	5451
$X_{1,4}$	1	$X_{2,4}$	0	$X_{3,4}$	0	$\alpha_4$	0	$V_{2,9}$	3891
$X_{1,5}$	1	$X_{2,5}$	0	$X_{3,5}$	0	$\alpha_5$	0	$V_{10,9}$	3316
$X_{1,6}$	0	$X_{2,6}$	3	$X_{3,6}$	0	$\alpha_6$	0.775	$V_{11,9}$	5451
$X_{1,7}$	1	$X_{2,7}$	1	$X_{3,7}$	0	$\alpha_7$	0	$Y_1$	0
$X_{1,8}$	1	$X_{2,8}$	1	$X_{3,8}$	0	$\alpha_8$	0	$Y_2$	0
$X_{1,9}$	1	$X_{2,9}$	0	$X_{3,9}$	0	$\alpha_9$	1	$Y_3$	0
$X_{1,10}$	1	$X_{2,10}$	1	$X_{3,10}$	0	$\alpha_{10}$	1	$Z_{\min}$	4.138.860.000
$X_{1,11}$	1	$X_{2,11}$	0	$X_{3,11}$	0	$\alpha_{11}$	0.677		

**Tablo 4: Firmanın Uyguladığı Plan**

$X_{1,1}$	0	$X_{2,1}$	0	$X_{3,1}$	4				
$X_{1,2}$	0	$X_{2,2}$	0	$X_{3,2}$	1				
$X_{1,3}$	1	$X_{2,3}$	0	$X_{3,3}$	1				
$X_{1,4}$	1	$X_{2,4}$	0	$X_{3,4}$	0				
$X_{1,5}$	1	$X_{2,5}$	0	$X_{3,5}$	0				
$X_{1,6}$	0	$X_{2,6}$	2	$X_{3,6}$	1				
$X_{1,7}$	1	$X_{2,7}$	1	$X_{3,7}$	0				
$X_{1,8}$	1	$X_{2,8}$	1	$X_{3,8}$	0				
$X_{1,9}$	1	$X_{2,9}$	1	$X_{3,9}$	0				
$X_{1,10}$	1	$X_{2,10}$	1	$X_{3,10}$	0				
$X_{1,11}$	1	$X_{2,11}$	0	$X_{3,11}$	0	$Z$	4.773.561.000		

### Sonuç

Araç Rotalama Probleminin optimizasyonu konusunda pek çok çalışma olduğu gözlenmektedir. Bunlar, farklı özellikler içeren ARP problemlerinin modellenmesi, bu problemlerin optimum çözümünün araştırılmasında farklı çözüm algoritmalarının kullanılması ve gerçek hayattaki çeşitli sorunların çözümü için uygulamalar yapılması şeklindedir.

Son yıllarda yapılan optimizasyon çalışmalarının çoğunda bulanık mantığın da dikkate alındığı görülmektedir. Bu gelişmelere uygun olarak bu çalışmada; bir fabrikadan çok sayıda toptancıya sürekli olarak mal taşıma işleminin yapıldığı ve toptancı talep miktarlarının bulanık olduğu durumlardaki araç rotalama problemi için kullanılabilir bir karışık tamsayılı doğrusal programlama modeli önerilmiştir. Eryavuz, M. ve Gencer, C'nin yaptıkları çalışmada bulanık yapı dikkate alınmamakta ve farklı yapıdaki bir araç rotalama sorunu araştırılmaktadır.

Önerilen modelin gerçek problemler üzerinde yapılan uygulama çalışmaları sonucunda; bulanık mantığı dikkate alan modelin, bulanık mantığı dikkate almeyan modelden daha iyi ve daha mantıklı sonuçlar verdiği görülmüştür. Ayrıca, bir fabrikadan çok sayıda toptancıya mal taşıyan bir firmada yapılan uygulama sonucunda, firmanın toplam taşıma maliyetlerinin %15 oranında düşürülebileceği görülmüştür.

#### **KAYNAKÇA**

- ERYAVUZ, M. ve GENCER, C., "Araç Rotalama Problemine Ait Bir Uygulama", Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, C.6, S.1, s:139-155, 2001.
- LAPORTE, G., M. GENDREAU, J.Y. POTVIN ve F. SEMET, "Classical and Modern Heuristics For the Vehicle Routing Problem", International Transactions in Operational Research, Vol.7, Is.4-5, p:285-300, 2000.
- ROPKE, S. ve D. PISINGER, "A Unified Heuristic For a Large Class of Vehicle Routing Problems With Backhauls", European Journal of Operational Research, Available online 8 December 2004.
- TARANTILIS, C.D., G.IOANNOU ve G. PRASTACOS, "Advanced vehicle routing algorithms for complex operations management problems", Journal of Food Engineering, In Press, Corrected Proof, Available online 8 December 2004.
- TEODOROVİĆ, D ve G. PAVKOVIĆ, , "The fuzzy set theory approach to the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain", Fuzzy Sets and Systems, Volume 82, Issue 3, p:307-317, 1996.
- ZADEH, L.A., "Inform. Control", Fuzzy sets, **8**, pp. 338–353 1965.
- ZIMMERMANN, H.J., "Fuzzy programming and linear programming with several objective functions", Fuzzy Sets Syst. **1**, pp. 45–56, 1978.