

BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİR PROBLEMLERİNDE YAPTIKLARI HATALAR VE KAVRAM YANILGILARI ¹

5th Grade Students' Mistakes and Misconceptions in Solving Problems about Fractions

Tuğba KOCAOĞLU ²
Kürşat YENİLMEZ ³

Özet

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim beşinci sınıfta okuyan öğrencilerin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlarını belirlemektir. Araştırmanın örneklemini Eskişehir ilindeki bir ilköğretim okulunda beşinci sınıfta okuyan 6 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrenciler başarı düzeylerine göre ve her başarı düzeyinde bir kız ve bir erkek öğrenci olacak şekilde seçilmiştir. Verilerin toplanması aşamasında, öğrencilerin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlarını belirlemek için yarı yapılandırılmış görüşme tekniği uygulanmıştır. Her bir öğrenciyle bire bir olarak görüşülmüştür. Elde edilen verilerin çözümlenmesinde içerik analizinden yararlanılmıştır. Araştırma sonucunda; öğrencilerin kesir problemleri ile ilgili bazı hata ve kavram yanlışlarına sahip olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: hata, kavram yanılığı, kesirler, problem çözme, matematik öğretimi

Abstract

The purpose of this study was to determine 5th grade students' mistakes and misconceptions in solving problems about fractions. Sample of the study consists of 6 5th grade students in a primary school in Eskişehir. These students were selected according to their success levels as there were one girl and one boy in every level. In order to obtain data, semi-structured interview forms were used and each subject was interviewed individually. The content analyze method was used for analyzing data. According to the results of the study, there were some mistakes and misconceptions in solving problems about fractions of students.

Keywords: mistake, misconception, fractions, problem solving, mathematics teaching

Giriş

Matematik; örüntülerin ve düzenlerin bilimidir. Bir başka deyişle matematik sayı, şekil, uzak, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimidir. Matematik, aynı zamanda sembol ve şekiller üzerine kurulmuş evrensel bir

¹ 8. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu'nda bildiri olarak sunulmuştur.

² Sınıf Öğrt.; Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Meşelik Kampüsü, 26480 –Eskişehir, tubaaak_19@hotmail.com

³ Yrd.Doç.Dr.; Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Meşelik Kampüsü, 26480-Eskişehir, kyenilmez@ogu.edu.tr

dildir (MEB, 2005). Formal ya da informal ortamlarda kullandığımız bu bilim dalı, insanlığın tarihi ile birlikte kullanılmaya başlamıştır. Uygulama alanı ise, ilk insanların avladıkları ve hayvanların sayısını hesaplama, arazilerini ölçme, kullandıkları yolların uzunluklarını bulma ile karşımıza çıkar. Aynı zamanda matematik sayılara ve ölçmeye dayalı bir bilim dalı olduğundan soyut varlıkları ve bunlar arasındaki bağlantıları inceler (Işık, 2002).

Matematik öğretimi, doğası bakımından diğer bilimlerden farklı bazı özelliklere sahiptir. Bu farklılıklar her zaman soyut ve zor olduğundan, matematiğin teknoloji ve buna bağlı olarak günlük yaşamla ilgisi çok önemlidir. Henüz okula yeni başlayan bir çocuk için matematik; sayı sayma, geometrik şekiller, çeşitli ölçmeler v.s gibi kavramları oluşturmaktadır. Bu kavramlarla çocuğun bilimsel ve zihinsel gelişimi olgunlaşmaktadır ve matematik eğitiminin temelleri atılmaktadır (Yıldız ve Uyanık, 2004). Çocuk günlük hayatta bir sorunu çözerken daha çok sayma işlemleri, basit toplama ve çıkarma işlemleri yapar yani daha çok doğal sayıları kullanır. Dolayısıyla doğal sayıların günlük yaşamımızdaki yeri azımsanamaz. Ancak doğal sayılar günlük yaşamımızdaki bazı problemlerin çözümünde yetersiz kalır. Örneğin, 3 elmayı 2 çocuğa eşit olarak paylaştığımızda bir çocuğa düşen elmayı doğal sayılarla gösteremeyiz. Doğal sayılar kümesi toplama ve çarpma işlemlerine kapalı, çıkarma ve bölme işlemlerine göre kapalı değildir. Bu durum doğal sayılar kümesinin çıkarma ve bölme işlemleri yönünden yetersizliğidir. Bu yetersizlikler karşısında doğal sayılar kümesi genişletilmiştir. Çıkarma işleminin yapılabileceği şekilde bir genişletme ile tam sayılar kümesi, bölme işleminin yapılabileceği şekilde bir genişletme ile de rasyonel sayılar kümesi elde edilmiştir (Baykul, 2005). Rasyonel sayılar kümesinde kesir sayıları ve ondalık sayılar yer almaktadır. Rasyonel sayılar dolayısıyla da kesir sayıları, günlük hayatta önemli olduğu kadar, anlaşılması ve öğretilmesi en zor matematiksel kavramlardan biri olarak görülmektedir.

Kesirler konusu öğrencilerce zor kavranılmaktadır. Zor kavranılma nedenlerinden biri öğrencilerin günlük yaşantısında kesirlerin fazlaca yerinin olmamasıdır. Öğrenilen bilgilerin kalıcılığı günlük hayatta kullanımı ile doğru orantılıdır. Kesirler konusunda öğrenilen bilgiler, öğrencilerce günlük yaşantılarında çok fazla kullanılmadığından kısa sürede unutulmaktadır (Albayrak, 2000).

Öğrenme sürecinde kesir kavramının oluşumu ve geliştirilmesi uzun zaman alır. Kesir kavramının anlaşılmasına eşit paylaşım problemi ile başlamak, çeşitli modeller kullanarak öğrenci odaklı etkinliklerle kavramı geliştirmek uygun olur. Öğrencilerin değişik durumlarda bir kesri anlayabilmeleri, yani kesrin değişik anlatımlarını kavrayabilmeleri için değişik problem durumlarıyla karşılaşmaları; kişisel deneyim kazanmaları etkili ve yararlı olur (Ersoy ve Ardahan, 2003).

Doğal sayılarla ilgili işlemlerin ve problemlerin çözümünde modellerden yararlanıldığı kadar kesirlerle ilgili işlemlerin çözümünde de modellerden ve şekillerden yararlanılmalıdır. Soruya ilişkin çizilmiş şekiller

ve kullanılan modeller, soruyu somutlaştırır, anlamayı kolaylaştırarak doğru çözümün yapılmasına kolaylık sağlar.

Kesir kavramının günlük yaşam ile ilişkilendirilmesinde, bir kesrin belli bir kadarının ve belli bir kadarı bilinen çokluğun bütünü hesaplanması kesir sayılarıyla ilgili problemlerde önemli bir yer tutar. Ayrıca hazırlanan problem cümlelerinin günlük yaşama uygun yazılması ve mümkün olduğu kadar somutlaştırılması gereklidir. Böylelikle öğrenci zihninde soyut olan kesirler günlük hayatla ilişkilendirildiğinde, yaşamın bir parçası, bir gereksinimi olarak ortaya çıkar ve kesirler konusunun kavranılmasını kolaylaştırır.

Kesirlerin öğrenilmesinde karşılaşılan güçlükler birçok araştırmanın konusu olmuştur. Bu konuda yapılan araştırmaların bazılarında ilköğretim öğrencilerinin kesir tanımı ile ilgili sorularda, eş parçalara ayırma ile tanımlanmış kesirleri yazmakta zorlandıkları (Haser ve Ubuz, 2001), kesirler konusundaki temel kavramları anlamada zorluk çektikleri (Aksu, 1997), kesir konusunu problem çözümüne uygulamada hata yaptıkları (Başgün ve Ersoy, 2001) bildirilmiştir (Akt. Pesen, 2008).

Ersoy ve Ardahan (2003), ilköğretim öğrencilerinin Kesir ve Ondalık Kesir kavramlarını öğrenmede birtakım güçlükleri olduğu ve yaptıkları ortak yanlışlar ve bazı kavram yanılgıları bulunduğu sonucuna varmıştır.

Soylu ve Soylu (2005), kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesir problemleri ile ilgili konularda öğrencilerin önemli öğrenme güçlüklerinin olduğunu; kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı düşünüp işlem yaptıklarını ve sözel kesir problemlerinin anlamadığını belirtmektedirler.

Kesirlerle ilgili daha önce öğrenmiş oldukları kuralları daha sonraki kurallara hatalı şekilde uyarladıklarını belirtmektedirler. Örneğin toplama işlemi kuralının çarpma işlemine uygulanması.

Pesen (2008), kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde ilköğretim 3. sınıf öğrencilerinin öğrenme güçlüklerini ve ortak yanlışlıkların gerisinde yatan kavram yanılgılarını tespit etmek amacıyla yürütmüş olduğu araştırma sonucunda; öğrencilerin bazılarının sayı doğrusu üzerindeki bir bütünü eş parçalara ayırmada zorluk çektiklerini, bazılarının kesrin sembolik gösterimi olan a/b 'nin sayı doğrusu üzerinde gösteriminde kesri bir tek sayı olarak algılamakta güçlük çektiklerini, bu sayıdaki pay ve paydayı farklı sayılar gibi algılama yanılgısı içerisinde olduklarını ve öğrencilerin yarısından çoğunun sayı doğrusu üzerinde belirlenen noktaya karşılık gelen kesir sayısını yazma becerisini gösteremediklerini belirlemiştir.

Hunting ve Korbosky (1990), 9-10 yaş grubu öğrencilerden kesir problemlerinin çözümünde kesikli materyal kullananların sürekli materyal kullananlara göre daha başarılı olduğunu ifade etmektedirler.

Hanson (1995), öğrencilerin kesirlerle ilgili yaşadıkları sorunların temelinde büyük ölçüde formülleri ve algoritmaları ezberleme çabalarının yattığını ileri sürmektedir.

Wu (1999), bazen üniversite öğrencilerinin ev ödevlerinde veya sınav kağıtlarında bile $(a/b)+(a/c)=(a/b+c)$ ya da $(a/b)+(c/d)=(a+c/b+d)$ gibi hata ve yanlışlara rastlandığını belirtmektedir.

Konu ile ilgili araştırmalar göz önüne alındığında hemen her düzeyde öğrencilerin kesirlerle ilgili problem çözümünde bazı zorluklarla karşılaştıkları ve bu konunun her sınıf düzeyinde ayrı ayrı ele alınması ve araştırılması ihtiyacı doğmaktadır. Bu çerçevede bu araştırmanın amacı, ilköğretim beşinci sınıfta okuyan öğrencilerin kesir problemlerinde yaptıkları hataları ve kavram yanlışlarını belirlemektir.

Bu araştırma, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler ve kesir sayılarıyla toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini kavramada karşılaştıkları zorlukların neler olduğunu, kesir sayılarıyla toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerine dair sahip oldukları yanlışları göstermek suretiyle bu konuların daha etkili olarak nasıl öğretilbileceği hususunda yol göstermesi bakımından önemlidir.

Yöntem

Bu araştırma betimsel türde nitel bir çalışmadır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmede sorular önceden belirlenir ve bu sorularla veriler toplanmaya çalışılır (Karasar, 1998). Yarı yapılandırılmış görüşmede, görüşmeci çalıştığı problemle ilgili belirli özel alanlar keşfederse, daha ayrıntılı sorularla o alanları daha derinliğine irdelemeyi deneyebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2004).

Araştırmada amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılmıştır. Maksimum çeşitlilik örneklemesinde temel amaç, farklı gruplardan ortak görüşleri ortaya çıkarmaktır. Farklı uygulamalardan ve bakış açılarından ortak deneyimleri, paylaşılan noktaları belirlemektir (Akbaba Altun, 2009). Araştırmanın örneklemini, 2008–2009 öğretim yılında Eskişehir ilindeki bir ilköğretim okulunun beşinci sınıfında okuyan 6 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrenciler zayıf, orta ve pekiyi matematik not durumlarına göre ve her not durumunda bir kız ve bir erkek öğrenci olacak şekilde seçilmiştir.

Araştırmanın verileri, her öğrenci ile sınıf ortamı dışında bire bir olarak yapılan 15–30 dakikalık görüşmeler yoluyla toplanmıştır.

Araştırmada yapılan görüşmeler için, araştırmacılar tarafından hazırlanmış yarı-yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Görüşme formunun iç geçerliğini sağlamak için görüşme formuna ilişkin uzman görüşlerine başvurulmuş ve gerekli düzeltmeler yapılarak sekiz problemde oluşan forma son şekli verilmiştir. Görüşme sırasında, görüşme yapılan öğrenciler yönlendirilmeden yapılan çözümlere bağlı olarak bazı konuların derinlemesine irdelenmesi amacıyla “Problemde verilenler nelerdir? Problemde istenenler nelerdir? Problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun? Çözümünü anlatır mısın? Cevabın sence doğru mu? Cevabın doğru olup olmadığını anlayabilir miyiz?” gibi ilave sorular sorulmuştur.

Öğrencilerin bu sorulara verdikleri cevaplar görüşme sırasında kayda alınmış ve böylece veri kaybı olması engellenmiştir.

Elde edilen verilerin çözümlenmesinde içerik analizinden yararlanılmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgular, görüşme formundaki kesirler ile ilgili sekiz probleme verilen yanıtlar ve öğrencilerin çözümlerine yönelik yaptıkları açıklamalar temel alınarak sunulmuştur.

Bulgular

Bu bölümde araştırmanın amacına uygun olarak belirlenen bulgulara yer verilmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular, görüşme formundaki sekiz probleme verilen yanıtlar temel alınarak sunulmuştur. Görüşmelerden aktarılan orijinal ifadelerde kullanılan harflerin hangi öğrencileri temsil ettiği Tablo 1’de belirtilmektedir. Tablo 1’de görüldüğü üzere, görüşmeye katılan 6 öğrencinin 3’ü kız, 3’ü ise erkektir. Öğrencilerin seçiminde, sınıf öğretmeninin verdiği bilgiler ve matematik notları göz önüne alınmıştır.

Tablo 1: Görüşmeye Katılan Öğrencilerin Özellikleri

Öğrenciler	Cinsiyet	Matematik Not Durumu
K1	Kız	Pekiyi
K2	Kız	Orta
K3	Kız	Zayıf
E1	Erkek	Pekiyi
E2	Erkek	Orta
E3	Erkek	Zayıf

Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar aşağıdaki gibidir:

Problem 1: Özlem 24 TL olan haftalığı ile 4 hikâye kitabı almıştır. Özlem kalan parası haftalığının $\frac{2}{6}$ si olduğuna göre bir hikâye kitabı kaç TL’dir?

Öğrencilerin birinci probleme ilişkin çözümleri Tablo 2 ‘de yer almaktadır. Tablo 2 incelendiğinde görüşmeye katılan öğrencilerden sadece K1’in bu problemi doğru çözdüğü, diğer öğrencilerin ise yanlış çözdüğü görülmektedir.

Tablo 2: Birinci Probleme İlişkin Çözümler

Öğrenciler	Çözümü
K1	$24:6=4$ → bir hikaye kitabı
K2	$24:6=4$ $4 \times 2=8$ $8:4=2$ TL
K3	$24 \times 4=96$ $96 \times 6=576$ $576:2=288$
E1	$\frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$ $24 : 4 = 6$
E2	$24:4=6$ $6:2=3$ $6 \times 3=18$
E3	$24 \times 2=48$ $48:6=8$ $24 \times 8=172$

K1 öğrencisi de başlangıçta soruyu tam olarak anlayamamış daha sonrasında problemde verilenlere uygun şekil çizerek problemin doğru çözümünü gerçekleştirmiştir. K1 öğrencisinin birinci probleme ilişkin çözümü aşağıdaki gibidir:

Birinci probleme ilişkin çözümlere bakıldığında genel olarak öğrencilerin problemde verilenleri ve istenenleri doğru olarak algılamadıkları, problemde verilen “kalan” ifadesini göz ardı ettikleri, pay ve payda ilişkisine göre işlem yapmadıklarından dolayı parça-bütün ilişkisine sahip olmadıkları söylenebilir. Ayrıca E3 öğrencisinin de işlem hatası yaptığı görülmektedir.

Problem 2: Torbamdaki bütün bilyelerin $1/5$ 'i beyaz, $3/5$ 'ü ise sarıdır. Geriye kalan bilyeler ise mavidir. Torbamda 15 bilye olduğuna göre beyaz, sarı ve mavi bilyelerin sayısı kaçtır?

Öğrencilerin ikinci probleme ilişkin çözümleri Tablo 3'de yer almaktadır. Tablo 3 incelendiğinde görüşmeye katılan öğrencilerden K1'in problemin tam doğru cevabını verdiği, diğer öğrencilerin ise yanlış cevap verdiği görülmektedir.

Tablo 3: İkinci Probleme İlişkin Çözümler

Öğrenciler	Çözümü
K1	15:5=3 bilye beyaz 3x3=9 bilye sarı 3x1=3 mavi bilye
K2	15:5=3 3x3=9 15:5=3 3x1=3 9+3=12 15-12=3 mavi bilye
K3	15x5=75 75x3=225 225:5=45
E1	15:5=3 15:5=3 3x3=9 9+3=12 15-12=3 12+3=15
E2	15:5=3 beyaz 15:5=3 3x3=9 sarı 9+3=11 15-11=4 4+11+4=14
E3	15x1=15 15:5=3 beyaz 15x3=45 45:5=9 9+3=12 15+12=27

İkinci probleme ilişkin çözümler incelendiğinde, öğrencilerin problemde verilenleri göz önünde bulundurduğu ancak istenenleri göz ardı ettikleri görülmektedir. Ayrıca K2 öğrencisinin problemin doğru çözümüne yönelik işlemleri doğru olarak gerçekleştirmiş olmasına rağmen çözümünde istenenlerin sadece birini ifade ederek problemde isteneni eksik algılamış olduğu, K3 öğrencisinin problemde verilen bütünün ifade edilen kesir kadarını bulurken yanlış kural uyguladığı, E3 öğrencisinin de problemi anlamamış olduğu görülmektedir.

Problem 3: Bir manavın 30 kg domatesi vardır. Manav birinci gün domateslerin 2/6'sini 75 kuruştan satmıştır. İkinci gün ise kalan domateslerin 3/5'ünü 50 kuruştan satmıştır. Manav toplam kaç TL kazanmıştır?

Öğrencilerin üçüncü probleme ilişkin çözümleri Tablo 4'de yer almaktadır. Tablo 4 incelendiğinde görüşmeye katılan öğrencilerden K1 öğrencisi problemin tam doğru cevabını bulurken, K2 öğrencisi çözümünü doğru yapmış ancak kuruş cinsinden bulduğu sonucu TL'ye yanlış çevirmiştir. Diğer öğrenciler ise problemi yanlış çözmüşlerdir.

Tablo 4: Üçüncü Probleme İlişkin Çözümler

Öğrenciler	Çözümü
K1	$30:6=5$ $5x2=10$ kg domates 75 kuruş $30-10=20$ $20:5=4$ $4x3=12$ kg domates 50 kuruş $75x10=750$ 7,50 TL $12x50=600$ 6,00 TL $7,50+6,00=13,50$ TL →
K2	$30:6=5$ $5x2=10$ $75x10=750$ $30-10=20$ $20:5=4$ $4x3=12$ $50x12=600$ $600+750=1350$ → 135 TL
K3	$75-30=45$ $50-45=15$ $15x6=90$ $90:2=45$ $45x3=135$ $135:5=27$
E1	$30:6=5$ $5x2=10$ $75x10=750$ $30:5=6$ $6x3=18$ $50x18=900$ $900+750=1650$ TL
E2	$30:6=5$ $5x2=10$ $75x10=750$ kuruş 1.gün $50:5=10$ $10x3=30$ $50x30=1500$ 2.gün $1500+750=2250$ kuruş
E3	$75x50=3750$ $3750:30=125$ → 12,50 TL

Üçüncü probleme ilişkin çözümler incelendiğinde öğrencilerin birimler arası işlem (çıkarma) yaptıkları, problemde verilenleri (kesir ifadelerini) ve para birimini göz ardı ettikleri, para birimlerini yanlış çevirdikleri, verilen bütünün istenen kesir kadarını doğru kural uygulayarak bulamadıkları, problemi yanlış anladıkları ve işlem hatası yaptıkları görülmektedir.

Problem 4: Bir çiftlikteki hayvanların $\frac{5}{8}$ 'i koyundur. Çiftlikte 30 koyun olduğuna göre çiftlikte toplam kaç hayvan vardır?

Öğrencilerin dördüncü probleme ilişkin çözümleri Tablo 5'te yer almaktadır. Tablo 5 incelendiğinde K1 ve K2 öğrencilerinin problemi doğru; E1, E2 ve K3 öğrencilerinin yanlış cevaplandığı görülmektedir. E3 ise problemi anlamadığını ve yapamayacağını söyleyerek cevaplandırmamıştır.

Tablo 5: Dördüncü Probleme İlişkin Çözümler

Öğrenciler	Çözümü
K1	$30:5=6$ hayvanların $1/8$ 'i $6 \times 8=48$ hayvan
K2	$30:5=6$ $6 \times 8=48$ hayvan vardır
K3	$\begin{array}{r l} 30 & 8 \\ -24 & 37 \\ \hline 060 & \\ -56 & \\ \hline 004 & \end{array}$ $37 \times 5=165$ $165+30=195$
E1	$30:5=6$ $8 \times 6=48$ $48+30=78$
E2	$30:5=6$ $8 \times 6=48$ $48+30=78$
E3	Cevap yok.

Dördüncü probleme ilişkin çözümler incelendiğinde E1 ve E2 öğrencilerinin problemin doğru çözümünü gerçekleştirdiği ancak problemde verilen 30 koyunun, tüm hayvanların sayısına dahil olduğunu göz ardı ederek tüm hayvanlarla koyunların sayısını toplamaları problemi tam olarak anlamadıklarını göstermektedir. Ayrıca E1 görüşme sırasında koyunların sayısını ve koyunları ifade eden kesrin farklı şeyler olduğunu ifade ederek problemin yanlış olduğunu söylemiştir. Dolayısıyla öğrencinin bulunduğu hayvanların sayısı ile problemde verilen 30 koyunu toplaması öğrencinin bu düşüncesinden ileri gelmiş olabilir. K3 öğrencisinin belli bir kesir kadarı bilinen çokluğu bulmakta yanlılığı olduğu görülmektedir. Ayrıca K3 öğrencisinin de E1 ve E2 öğrencisi gibi bulunduğu sonucu problemde verilmiş olan koyun sayısı ile toplayarak çözümünü sonlandırdığı görülmektedir.

Problem 5: Bir pastanın önce $2/4$ 'sini, daha sonra $1/4$ 'ini yedik. Pastanın kaçta kaçını yemiş olduk?

Öğrencilerin beşinci probleme ilişkin çözümleri Tablo 6'da yer almaktadır. Tablo 6 incelendiğinde K1, E1, K2 ve E3'ün problemi doğru çözdüğü, E2 ve K3'ün ise yanlış çözdüğü görülmektedir.

Tablo 6:Beşinci Probleme İlişkin Çözümler

Öğrenciler	Çözümü
K1	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ yedik
K2	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ yedik
K3	$\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$
E1	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
E2	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
E3	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Beşinci probleme ilişkin çözümler incelendiğinde E2 ve K3 öğrencilerinin problemde verilenleri ve istenenleri göz ardı ettiklerinden dolayı öğrencilerin problemi anlamadığı söylenebilir.

Problem 6: Sınıfımızdaki sıralar için örtü dikildi. Terzi bu iş için, her bir sıraya metrenin 8/10'i kadar kumaş kullandı. Sınıfımızda 15 sıra olduğuna göre, toplam kaç metre kumaş kullanıldı?

Öğrencilerin altıncı probleme ilişkin çözümleri Tablo 7'de yer almaktadır. Tablo 7 incelendiğinde K1'in problemi doğru çözdüğü, K2'nin problemi doğru çözdüğü ancak santimetre cinsinden bulduğu sonucu metreye yanlış çevirdiği; E1, E2, E3 ve K3'ün ise problemi yanlış çözdüğü görülmektedir.

Altıncı probleme ilişkin çözümler incelendiğinde soruyu yanlış çözen öğrencilerin problemde verilen 'metrenin 8/10' u kadar kumaş kullanıldı' ifadesini göz ardı ederek problemde verilen sıra sayısının 8/10'unu bularak işlemlerini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Öğrencilerin problemde verilenlere ve istenenlere göre çözümü amaca yönelik bilinçli bir şekilde gerçekleştirmedikleri, sadece sayısal verileri kullanarak rastgele işlem yaptıkları açıkça görülmektedir. Dolayısıyla bu öğrencilerin problemi anlamadıkları, problemin verilenlerini göz ardı ettikleri ve bir bütünün belli bir kesir kadarını bulmakta hata ve yanılgılarının olduğu söylenebilir.

Tablo 7: Altıncı Probleme İlişkin Çözümler

Öğrenciler	Çözümü
K1	$100:10=10$ $10 \times 8=80$ her bir sıraya $80 \times 15=1200$ cm $1200:100=12$ m kumaş
K2	$100:10=10$ $10 \times 8=80$ $80 \times 15=1200$ cm → 120 m
K3	$15 \times 10=150$ $150 \begin{array}{r} \text{8} \\ \text{---} \\ -8 \quad 187 \rightarrow \text{1 m 87 cm} \\ \text{70} \\ -64 \\ \text{060} \\ -56 \\ \text{004} \end{array}$
E1	$15 \times 8=120$ $120:10=12$
E2	$15 \begin{array}{r} 10 \\ \text{---} \\ -10 \\ \text{05} \end{array}$ $5+1=6$ $6 \times 8=48$ metre
E3	$15 \times 8=120$ $120:10=12$

Problem 7: Nilsu pazardan, parasının $2/7$ 'sine portakal, $1/7$ 'ine elma, $3/7$ 'üne ise nar aldı. Geriye 8 TL'si kaldığına göre Nilsu pazarda kaç TL harcamıştır?

Öğrencilerin yedinci probleme ilişkin çözümleri Tablo 8'de yer almaktadır. Tablo 8 incelendiğinde görüşmeye katılan öğrencilerden sadece K1'in bu problemi doğru, diğer öğrencilerin ise yanlış cevaplandığı görülmektedir.

Tablo 8: Yedinci Probleme İlişkin Çözümler

Öğrenciler	Çözümü
K1	$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ $\frac{7}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$ 8 TL $8 \times 6 = 48$ TL
K2	$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ $\frac{7}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$ $8 \times 7 = 56$
K3	$8 \times 7 = 56$ $56 \times 3 = 168$ $168 : 2 = 84$ $168 - 84 = 84$ $84 - 56 = 28$
E1	$8 \times 7 = 56$ $56 : 2 = 28$ $8 \times 7 = 56$ $\begin{array}{r} 56 \\ -3 \\ \hline 26 \\ -24 \\ \hline 02 \end{array}$ $\begin{array}{r} 56 \\ +18 \\ \hline 102 \end{array}$
E2	$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$ $8 \times 7 = 56$ $\begin{array}{r} 56 \\ -54 \\ \hline 02 \end{array}$
E3	$\underbrace{8:2=4}_{\text{portakal}} \quad \underbrace{7 \times 4=28}_{\frac{1}{7} \text{ elma}} \quad \underbrace{8:1=8}_{\frac{3}{7} \text{ nar}} \quad \underbrace{8 \times 7=56}_{\text{nar}} \quad \underbrace{8:3=2}_{\text{nar}} \quad \underbrace{7 \times 2=14}_{\text{nar}}$ $56+28+14=98$

Yedinci probleme ilişkin çözümler incelendiğinde problemi yanlış çözen öğrencilerden K2'nin geriye kalan parayı göz ardı ederek paranın bütünü bulduğu, K3 ve E1'in problemde verilen sayılarla rastgele işlem yaptıkları, E2'nin paranın bütünü bulup harcanan kısmını doğru hesaplayamadığı, E3'ün ise harcamalardan geriye kalan miktarı her bir harcamada ödenen miktar olarak düşündüğü ve hatalı çözüm yaptığı görülmektedir. Ayrıca E1 ve E2 öğrencilerinin görüşme esnasında yaptıkları çözümlerin yanlış olduğunu ancak tekrardan doğru olarak çözemeyeceklerini ifade etmelerinden dolayı problemi tam olarak anlamadıkları söylenebilir.

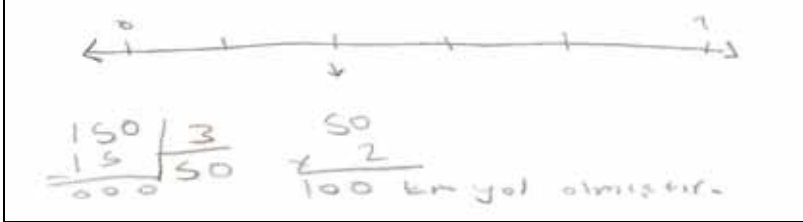
Problem 8: Burak İzmir'e gitmek için yola çıkmıştır. Yolun $\frac{2}{5}$ 'sini gittiğinde tabelada İzmir'e 150 km yol kaldığını görmüştür ve mola vermiştir. Buna göre Burak moladan önce kaç km yol almıştır?

Öğrencilerin sekizinci probleme ilişkin çözümleri Tablo 9'da yer almaktadır. Tablo 9 incelendiğinde görüşmeye katılan öğrencilerden K1 ve K2'nin problemi doğru; E1, E2, E3 ve K3'ün ise yanlış cevaplandığı görülmektedir. K2 öğrencisi başlangıçta soruyu çözümleyemezken daha sonra şekil çizerek anlamayı kolaylaştırmış ve sonra problemin doğru çözümünü gerçekleştirmiştir.

Tablo 9: Sekizinci Probleme İlişkin Çözümler

Öğrenciler	Çözümü
K1	$5/5-2/5=3/5 \rightarrow 150 \text{ km}$ $150:3=50$ $50 \times 2=100 \text{ km yol almıştır}$
K2	$150:3=50$ $50 \times 2=100 \rightarrow \text{km yol almıştır}$
K3	$150:5=30$ $30 \times 2=60$ $150-60=90$
E1	$150 \times 5=750$ $750:2=375$
E2	$150:5=30$ $30 \times 2=60$ $150+60=210$
E3	$150:5=30$ $30 \times 2=60$ $150+60=210$

K2 öğrencisinin sekizinci probleme ilişkin çözümü aşağıdaki gibidir.



Sekizinci probleme ilişkin çözümler incelendiğinde problemi yanlış çözen öğrencilerden K3'ün kalan yolu yolun tamamı olarak düşündüğü ve gidilecek yolu hesapladığı, E1'in kalan yolu alınan yol olarak düşündüğü ve yolun tamamını hesapladığı, E2 ve E3'ün ise işlemin başında kalan yolu yolun tamamı şeklinde düşünerek gidilecek yolu bulduğu ancak işlemin devamında problemde ifade edilen kalan yolu bu kez de alınan yol olarak düşündüğü ve yolun tamamını hesapladığı görülmektedir.

Sonuç ve Öneriler

Araştırmanın bulguları göz önüne alındığında; öğrencilerin kesirlerle ilgili problemlerde verilenleri ve istenenleri göz ardı ettikleri yani problemi anlamada ve dolayısıyla işlemlerin sırasının belirlenmesinde güçlük yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca araştırmaya katılan 6 öğrenciden matematiği pekiyi ve orta olan kız öğrenciler sadece bir probleme ilişkin şekil çizebilmişlerdir. Oysa Soylu ve Soylu (2005), şekilleri kullanarak öğrencilerin bir problemi tam olarak anlayabileceklerini belirtmektedir.

Öğrencilerin, bir bütünün verilen bir kesir kadarının bulunmasında ve belli kesir kadarı bilinen çokluğu tamamının bulunmasında çoğunlukla pay ve paydayı birbirinin yerine kullanarak yanlışya düştükleri görülmektedir. Bu durum öğrencilerin parça-bütün ilişkisini tam olarak kavrayamamalarından kaynaklanmaktadır. Özellikle matematik başarısı pekiyi olan erkek öğrencinin 4. Probleme ilgili olarak “Hem 5/8 koyun vermiş hem de 30 koyun demiş, sizce bu soruda yanlışlık yok mu?” şeklindeki ifadesiyle belli bir çokluğu karşılayan kesir sayısı ile bu çokluk arasında ilişkiyi kuramadığı açıkça görülmektedir.

Ayrıca öğrencilerin sıkça işlem hataları yaptıkları göze çarpmaktadır. Bu işlem hataları büyük ölçüde problemi anlamamalarından kaynaklanmaktadır. Bununla birlikte problemin çözümünde öğrencilerin çoklukların birimlerini genellikle göz ardı ettikleri ya da birimleri hatalı çevirdikleri gözlenmiştir. Nitekim Ersoy ve Ardahan (2003), öğrencilerin yanlış kurallar kullanma, sürçmeler ve dikkatsiz işlem yapma gibi yetersizlikleri olduğunu belirtmiştir.

Sonuç olarak; öğrencilerin parça-bütün ilişkisine sahip olmadıkları ve problemleri anlamakta zorluk çektikleri görülmüştür. Dolayısıyla da çözüme ilişkin işlem sırasını belirlemede zorlandıkları tespit edilmiştir.

Araştırmadan elde edilen bulgulara dayalı olarak, ilköğretimde kesirlerin öğretimine yönelik aşağıdaki öneriler sunulmuştur:

1. Öğrencilere problemlerin çözümünde şekilleri kullanmalarına yönelik uygulamalar yaptırılabilir,
2. Öğrencilere kural verip işlem yaptırmaya geçmeyip, kesirlerin öğretiminde daha çok somut modeller kullanılabilir,
3. Öğrencilere somut paylaşım problemleri sunulabilir,
4. Anlatılan konu ile ilgili öğrencilerin öğrenme güçlükleri veya oluşabilecek kavram yanlışları göz önünde bulundurularak öğretim yapılabilir,
5. Sayılar öğrenme alanı dışında kalan öğrenme alanlarındaki eksiklikler ve kavram yanlışları da giderilebilir.

Kaynaklar

- Akay, H., Soybaş, D. ve Argün, Z. (2006). Problem Kurma Deneyimleri ve Matematik Öğretiminde Açık Uçlu Soruların Kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*. 14(1), 129-146.
- Akbaba Altun, S. (2009). Nitel Araştırmalarda Örneklem.

- http://www.google.com.tr/search?rlz=1R2ADBF_en&hl=tr&source=hp&q=www.mku.edu.tr%2Fenstituler%2Fsosyalbilimler%2Fseminer...%2F02_ornekleme.ppt&btnG=Google%27da+Ara&meta=&aq=null&oq=
- Albayrak, M. (2000). *İlköğretimde Matematik ve Öğretimi*. 2. baskı, Ankara: Aşık Matbaası.
- Altun, M. (2005). *Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde Matematik Öğretimi (1-5 Sınıflar)*. 8. baskı, Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Ersoy, Y. ve Ardahan, H. (2003). İlköğretim Okullarında Kesirlerin Öğretimi-II: Tanıya Yönelik Etkinlikler Düzenleme. www.matder.org.tr
- Hanson, D. (1995). Understanding Fractions (Grades 5 to 8). <http://mathcentral.uregina.ca/RR/database/RR.09.95/hanson4.html>
- Hunting, R.P. ve Korbosky, R.K. (1990). Context And Process In Fraction Learning. *International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology*. 21(6), 929-948.
- Işık, A. (2002). Matematik Dünyasında Değişimler. *Kastamonu Eğitim Dergisi*. 10(2), 365-368.
- Karasar, N. (1998). *Bilimsel araştırma yöntemi*. (8. Basım). Ankara: Nobel Yayın
- MEB, (2005). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı*, (ss. 7, 17-21). Ankara: MEB Yayınları.
- Nasibov, F. Ve Kaçar, A. (2005). Matematik ve Matematik Eğitimi Hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi*. 13(2), 339-346.
- Olive, J. (1999). From Fractions to Rational Numbers of Arithmetic: a Reorganization Hypothesis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(4), 279-314.
- Olkun, S. ve Uçar, Z.T. (2006). *İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar*, (ss. 3-21). Ankara: Ekinoks Yay.
- Olkun, S. ve Uçar, Z.T. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, 3. baskı, Ankara: Maya Akademi.
- Orhon, N. (2007). Kesir İşlemlerinde Formal Aritmetik Ve Görselleştirme Arasındaki Bilişsel Boşluk. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 8(14), 99-111
- Pesen, C. (2008). Kesirlerin Sayı Doğrusu Üzerindeki Gösteriminde Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri ve Kavram Yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma Ve Kesirlerle İlgili Problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*. 7(2), 101-117.
- Streefland, L., (1982). Subtracting Fractions With Different Denominators. *Educational Studies in Mathematics*, 13(3), 233-255.
- Toluk, Z. (2002). İlkokul Öğrencilerinin Bölme İşlemi ve Rasyonel Sayıları İlişkilendirme Süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*. 19(2), 81-103
- Wu, H. (1999). *Some Remarks On The Teaching Of Fractions In Elementary School*. <http://math.berkeley.edu/~wu/fractions2.pdf>
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2004). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, İ. ve Uyanık, N. (2004). Günümüz Matematik Öğretimi ve Yakın Çevre Etkileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*. 12(2), 437-442.