

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN MUTLAK DEĞER KONUSUNDA KARŞILAŞTIKLARI ZORLUKLAR

Primary School Students' Difficulties in Learning Absolute Value

Kürşat YENİLMEZ¹
Tevfik AVCU²

Özet

Bu araştırmanın temel amacı, ilköğretim öğrencilerinin mutlak değer konusunda karşılaştıkları zorlukları belirlemektir. Araştırmanın örneklemini, Eskişehir merkezinde bulunan bir ilköğretim okulunda 8. sınıfta okuyan 86 öğrenci oluşturmaktadır. Verilerin toplanması aşamasında, öğrencilerin mutlak değer ile ilgili soruları yapabilme becerilerini yoklayan 10 tane açık uçlu sorudan oluşan sınav uygulanmıştır. Toplanan verilerin analizinde frekans tablolarından yararlanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre; mutlak değer içeren dört işlem sorularında başarı oranı yüksek iken; harfli ifadelerin mutlak değeri ve mutlak değer içeren denklem çözümlerinde bu oran çok düşük kalmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Mutlak değer, ilköğretim, matematik öğretimi

Abstract

The main purpose of this study was to determine primary school students' difficulties in learning absolute value. The sample of the study consists of 86 students from the 8th grade in a primary school in Eskişehir. Data were collected by an examination form which consist 10 open-ended questions about absolute value. Frequency tables were used for analyzing data. The results of the study indicated that there were high success in operations with absolute value and low success in absolute value of variables and equations with absolute values.

Key words: Absolute value, primary education, teaching mathematics

Giriş

Matematik, en yalın anlatımla bir desenler ve düzen bilimi olarak tanımlanmaktadır (Goldenberg, Cuoco ve Mark, 1998). Başka bir ifadeyle matematikle uğraşmak, bir desen ve düzen arayarak problem çözme sürecidir. Burada önemli olan olguları içselleştirip onlara kendi anlamınızı yükleyerek ilişkileri, düzeni, deseni keşfedip problemi; “ben matematik yapabilirim” duygusunu geliştirdikten sonra çözebilmektir.

Matematik dersinin, sınavlarda aşılması gereken bir engelden çok daha farklı anlamlarının olduğunu anlatabilmek, bu dersin günlük hayattaki işlevlerinin doğru anlatılabilmesine bağlıdır. Baykul (2004), matematik öğretiminin amacını genel olarak; “kişiye günlük hayatın gerektirdiği

1 Yrd. Doç. Dr.; Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı, 26480 - Eskişehir, kyenilmez@ogu.edu.tr

2 Mat. Öğrt.; Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı, 26480 - Eskişehir, tavcu@ogu.edu.tr

matematiksel bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak” şeklinde ifade etmiştir.

Matematik öğretiminde amaca ulaşılabilmesi için uyulması gereken başlıca ilkeler başlıklar halinde aşağıda gösterilmiştir:

- Kavramsal temellerin oluşturulması
- Ön şartlılık ilişkisine önem verme
- Anahtar kavramlara önem verme
- Öğretimde öğretmen ve öğrencinin görevlerinin iyi belirlenmesi
- Öğretimde çevreden yararlanma
- Araştırma çalışmalarına yer verme
- Matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme (Baykul, 2004).

Yukarıda maddeler halinde özetlenen ilkelere uyulmaması matematik öğretiminde karşılaşılan zorlukların temelini oluşturmaktadır. Geleneksel öğretmen merkezli öğretim modelinin terk edilememesi, yeni yaklaşımların öğretmen ve öğrenciler tarafından benimsenmesinin zaman alması, matematik öğretiminde karşılaşılan zorlukların çözüme ulaşmasını geciktirmektedir.

Soyut kavramlar öğrenciler tarafından zor kazanılır. Matematiğin öğrencilere zor gelmesinin sebeplerinden biri de budur. Ancak soyut olan matematik kavramları, öğretim sırasında somutlaştırılarak ve somut araçlar kullanılarak verilirse, bu zorluk giderilebilir veya azaltılabilir (Baykul, 1999).

Ön-şart oluş ilişkilerinin oldukça güçlü olduğu matematik dersinin içerisinde bu ilişkinin en güçlü olduğu kavramlardan birinin “mutlak değer” olduğu gerçeği göz önüne alınırsa, bu kavramın öğretimi ve öğrenimi hakkında bir araştırma yapmanın kaçınılmazlığı ortaya çıkmaktadır.

Mutlak değer kavramı; seriler, diziler, yakınsaklık, ıraksaklık, limit, türev gibi pek çok konuya temel teşkil etmektedir. Önceki Matematik öğretim programına göre detaylı olarak ortaöğretim 9. sınıfta öğretilmeye başlansa da öğrenciler “mutlak değer” kavramıyla ilköğretim 7. sınıfta tanışmaktaydılar. Daha sonra 8. sınıf düzeyinde konu tekrar niteliğinde ikinci kez ele alınıyor ve mutlak değerle işlem yeteneğini artırıcı problemlere yer veriliyordu. Ancak 2006-2007 eğitim-öğretim yılından itibaren uygulamaya konulan yeni programla bu kavram artık 6. sınıftan itibaren öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Artık 6. sınıfta öğrenciler mutlak değer kavramı ile sadece tanımıyla da olsa karşılaşmaktadırlar. Bu düzeydeki öğrencilere mutlak değerli ifadeler içeren sorular sorulmamakta, sadece “bir sayının mutlak değeri, onun başlangıç noktasına olan uzaklığıdır” şeklinde tanımı verilmektedir. Yeni ilköğretim 7. ve 8. sınıf matematik dersi öğretim programlarında ise önceki programın aksine mutlak değer kavramına hiç yer verilmemiştir (MEB, 2007).

Öğrencilerin sorularda yaptıkları kavramsal ve işlemsel hataları incelemeye geçmeden önce ilköğretim öğrencilerinin mutlak değer kavramıyla ilgili ulaşması gereken kazanımları hatırlatmak faydalı olacaktır:

- Bir sayının mutlak değerinin o sayının başlangıç noktasına olan uzaklığı olduğunu söyleyebilme.

- Pozitif veya negatif bir tam sayının mutlak değerini söyleyip yazma.
- İki pozitif tam sayıdan, mutlak değeri büyük olan tam sayının diğerinden büyük olduğunu söyleyebilme.
- İki negatif tam sayıdan, mutlak değeri büyük olan tam sayının diğerinden küçük olduğunu söyleyip yazma.
- Mutlak değerleri eşit ve ters işaretli iki tam sayının toplama işlemini yaparak sonucu söyleyip yazma.

Ülkemiz genelinde matematik öğrenimi ve öğretimi konusunda özellikle de bazı kavram ve konuların öğretimi ile ilgili güçlükler olduğu sıkça dile getirilmektedir. Ancak kesirler, ondalık kesirler, kümeler, fonksiyonlar gibi öğrenilmesinde ve öğretilmesinde zorluklar yaşanan konuların aksine mutlak değer kavramıyla ilgili araştırmaların sayısı oldukça azdır.

Tamsayılar ve rasyonel sayılarda dört işlem, sıralama, eşitsizlik ve denklem çözümleri birçok konuya temel teşkil eden konulardır. Bu konuların başında Mutlak değer konusu gelmektedir. Mutlak değer kavramının öğrenilmesinde önkoşul olan cebirsel ifadeler ve denklemlerde öğrencilerin birçok anlama problemine sahip olduğu bazı çalışmalarda söylenmektedir. Bir sayının mutlak değerinin sayı doğrusu üzerinde gösterilmesi için rasyonel ve irrasyonel sayıların da iyi bilinmesi ve bunların sayı doğrusu üzerinde doğru olarak işaretlemesi gerekmektedir. Ancak yapılan bazı çalışmalar rasyonel ve irrasyonel sayıların sıralanmasında, karşılaştırılmasında ve yaklaşık değerinin hesaplanmasında öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olduklarını ortaya koymuştur. (Şandır, Ubuz ve Argün, 2007).

Söz konusu araştırmalardan Şandır, Ubuz ve Argün'ün (2002) Ankara'daki bir lisenin 9. sınıfında okuyan 67 öğrenci üzerinde yaptıkları çalışmada öğrencilerin mutlak değer kavramındaki performansları ve kavramsal yanılgıları incelenmiştir. Araştırmanın verileri, açık uçlu sorulardan oluşan bir kavramsal test ile bir işlemsel testten elde edilmiştir. Araştırma sonucunda mutlak değer konusundaki kavramsal sorularda işlemsel sorulara oranla performansın daha düşük olduğu görülmüştür. Ayrıca ortaya çıkan kavramsal yanılgıların en önemli nedenlerinin mutlak değer tanımının ve geometrik yorumunun anlaşılması olduğu görülmüştür. Nitekim Soylu ve Aydın (2006) da matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel bilginin dengelenmesi ile ilgili araştırmalarının sonucunda, matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal öğrenmenin dengelenmediğini ve bu nedenle konuların kavrama düzeyinde öğrenilemediğini belirlemişlerdir.

Şandır (2003) mutlak değer konusu ile ilgili deneysel araştırmasında Tanısal Öğretim yöntemi ile geleneksel öğretimi karşılaştırmış, kavramsal sınav testinde Tanısal Öğretim Yöntemi grubu lehine anlamlı bir fark bulurken işlemsel sınav testinde anlamlı bir fark bulamamıştır. Buna dayanarak mutlak değer ve daha birçok konunun öğretilmesinde Tanısal Öğretim yönteminin kullanılmasının yardımcı olabileceğini iddia etmektedir.

Moralı, Köroğlu ve Çelik'in (2004) matematik öğretmen adaylarının Soyut Matematik dersine yönelik tutumlarını ve kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla gerçekleştirdikleri araştırmada mutlak değer içeren bir

bağıntının hangi özelliği sağlamadığı sorusuna ancak %67 oranında doğru yanıt verebilmiş olmaları mutlak değer konusunun yükseköğretim düzeyindeki öğrenciler için bile hala sıkıntılı bir konu olduğunun bir göstergesi olarak düşünülebilir.

Baştürk (2004), Türk-Fransız lise 1. sınıf öğrencilerinin mutlak değer kavramında karşılaştıkları zorlukları araştırdığı çalışmasının sonucunda; öğrencilerin mutlak değer kavramındaki hatalarının çok ve çeşitli olduğunu, sorulardaki başarı oranı ile mutlak değer sayısının (iç içe mutlak değerler) arasında anlamlı bir ilişki olduğunu, mutlak değer sayısının arttıkça başarı oranının düştüğünü, öğrencilerin en yaygın yaptıkları hataların ise sanki mutlak değer yokmuş gibi soruyu çözmelerinden kaynaklanan hatalar olduğunu, ayrıca mutlak değerle karekök arasındaki ilişkinin bilinmemesinden kaynaklanan hataların direnç gösteren hatalar olduğunu belirlemiştir.

Yabancı literatürde ise mutlak değerle ilgili araştırmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Bu araştırmalara Perin-Glorian'ın (1997) "Institutionnalisation en classe de seconde: Valuer Absolue, Intervalles, Encadrements, Approximations Premiere Partie: choix globaux des enseignants et resultats des eleves" adlı doktora tezi ve Kiser'in (1990) "Interaction of Spatial Visualization with Computer-Enhanced and Traditional Presentations of Linear Absolute-Value Inequalities" adlı araştırması örnek olarak gösterilebilir (Akt. Şandır, Ubuz ve Argün, 2002).

Araştırmanın Amacı

Yukarıda da bahsedildiği gibi bu konudaki çalışmaların yetersizliği ve konunun derinlemesine işlendiği ortaöğretimde sorunların artarak devam etmesi nedeniyle problemin temeline inilmek istenmiş, bu nedenle ilköğretim öğrencileri üzerinde böyle bir araştırmaya gerek duyulmuştur. Bu araştırmanın amacı, ilköğretim öğrencilerinin mutlak değer konusundaki performanslarını ve karşılaştıkları kavramsal zorlukları ortaya koymaktır.

Araştırma sonunda, "mutlak değer" kavramıyla öğrenim hayatı boyunca sorun yaşayan öğrencilerin konuyla ilk karşılaştıkları yılların gözlemlenmesi nedeniyle sorunun temeline inilmiş olunacağı umulmaktadır. Bu bağlamda araştırma; mutlak değer temeli kavramları, öğrencilerde görülen kavramsal yanlışlar, öğrencinin konuya ilişkin tutumu, bu tutumun performansına etkisini dikkate alması bakımından önemlidir.

Yöntem

Bu araştırma betimsel nitelikte olup tarama modelinden yararlanılarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu 2007-2008 öğretim yılında Eskişehir merkezinde yer alan Mareşal Fevzi Çakmak İlköğretim Okulu'nda 8. sınıfta okuyan 86 öğrenci oluşturmaktadır.

Araştırmada ölçme aracı olarak kullanılmak üzere öğrencilere 10 açık uçlu sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Sorular mutlak değer konusu ile ilgili kazanımlar göz önüne alınarak hazırlanmış, her sorunun farklı bir problem alanını temsil etmesine özen gösterilmiştir.

Araştırmada öğrencilerin her soruya vermiş olduğu yanıtlar, doğru-yanlış ölçütlerine göre değerlendirilmiştir. Her bir soru için doğru-yanlış frekans ve yüzde değerleri üzerinden değerlendirme yapılmıştır.

Bulgular

Bu bölümde araştırmanın amacına yönelik olarak mutlak değer ile ilgili becerileri ölçmeye yönelik sorulara ilişkin öğrencilerin başarı durumları her bir soru için analiz edilmiştir. Araştırmada öğrencilere yöneltilen 10 sorunun doğru cevaplanma oranları aşağıda verilmektedir.

➤ Mutlak değer ile ilgili dört işlem yapabilme becerisini ölçmeye yönelik sorular:

Soru 1. $|5| + |-3| - |6|$ ifadesinin değeri nedir?

Tablo 1. 1. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	75	87,2
Yanlış	11	12,8

Soru 8. $|15-3| \cdot |8-17|$ işleminin sonucunu bulunuz.

Tablo 2. 8. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	51	59,3
Yanlış	24	27,9
Boş	11	12,8

Tablo 1 ve Tablo 2’deki sonuçlar incelendiğinde; tamsayıların mutlak değerinin toplanıp-çıkarılmasını içeren birinci sorunun %87,2 gibi yüksek bir oranda yapıldığı, sekizinci soruda ise bu oranın biraz düşerek 59,3’te kaldığı görülmektedir. Her iki sorunun da sırasıyla %100 ve %87,2 gibi yüksek bir oranda cevaplandığı göz önüne alınırsa mutlak değer ile ilgili dört işlem problemlerinde öğrencilerin cevap verme konusunda zorluk çekmedikleri söylenebilir.

➤ Harfli ifadelerin mutlak değerini içeren sorular:

Soru 2. $a < b < 0 < c$ ise $|a+b| + |c-b| + |c|$ ifadesinin eşiti nedir?

Tablo 3. 2. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	4	4,7
Yanlış	39	45,3
Boş	43	50,0

Soru 3. $a < 0$ olmak üzere $a - |2a| + a + |2a|$ ifadesinin eşiti nedir?

Tablo 4. 3. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	9	10,5
Yanlış	36	41,9
Boş	41	47,7

Soru 9. $0 < a < b < c$ olduğuna göre $|a - b| - |c|$ ifadesinin değerini bulunuz.

$$|b - c| + |-a|$$

Tablo 5. 9. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	13	15,1
Yanlış	33	38,4
Boş	40	46,5

Harfli ifadelerin mutlak değerini içeren 2, 3 ve 9. soruların yapılma oranlarının sırasıyla %4,7, %10,5 ve %15,1 gibi çok düşük oranlar olduğu görülmektedir. Her üç soruya da öğrencilerin yaklaşık yarısı cevap verememiştir. Buradan hareketle öğrencilerin içerisinde bilinmeyen bulunan ifadelerin mutlak değerini almakta zorlandıkları söylenebilir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde birçok öğrencinin harfli ifadelerin mutlak değerini alırken, bilinmeyene değer verme yolunu seçtikleri görülmektedir. Bir başka deyişle öğrencilerin çoğunun, içerisinde bilinmeyen bulunan ifadelere karşı olumsuz bir önyargıya sahip olduğu söylenebilir.

➤ Değeri verilen bir harfli ifadenin mutlak değerini alabilme becerisini ölçen sorular:

Soru 4. $x = -2$ ve $y = 1$ için;

$$\frac{|y - x|}{|y|} + \frac{|x - y|}{|x|}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Tablo 6. 4. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	32	37,2
Yanlış	50	58,1
Boş	4	4,7

Soru 7. $2 < a < 3$ ise $|a + 2| + |a - 3|$ ifadesinin değeri kaçtır?

Tablo 7. 7. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	20	23,3
Yanlış	44	51,2
Boş	22	25,6

4 ve 7. sorularda ise öğrencilere bilinmeyen değeri verilerek bunların mutlak değerini almaları istenmiştir. Bir önceki soru grubunun (2, 3 ve 9. sorular) aksine burada bilinmeyen değeri verilmiştir. Bu yüzden başarı oranının nispeten artarak %37,2 ve %23,3'e çıktığı gözlenmektedir. Buradan öğrencilerin, değeri bilinen bir harfli ifadenin mutlak değerini daha kolay alabildikleri söylenebilir.

➤ Mutlak değer içeren bir ifadenin alabileceği en küçük değeri kavrayabilme becerisini ölçen soruları:

Soru 5. $|x-3| + |x+1| + |x-2|$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

Tablo 8. 5. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	11	12,8
Yanlış	51	59,3
Boş	24	27,9

Soru 6. $|x-6| + |y+2| = 0$ ise $x.y = ?$

Tablo 9. 6. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	37	43,0
Yanlış	34	39,5
Boş	15	17,4

Tablo 8'de 5. sorunun doğru yapılma oranının %12,8'de kaldığı, Tablo 9'da ise 6. soru için bu oranın %43'e çıktığı görülmektedir. 5. soruda ifade herhangi bir değere eşitlenmediği için öğrenciler, bir ifadenin mutlak değerinin en küçük "sıfır" olacağını keşfetmekte zorlanmışlardır. 6. soruda ise ifade iki bilinmeyenli olmasına rağmen, öğrenciler ifadelerin mutlak değerini sıfıra eşitlemede 5. soruda olduğu kadar zorlanmamışlardır.

➤ Mutlak değer içeren denklem sorusu:

Soru 10. $|4x - 8| = 16$ ise x kaç farklı değer alır?

Tablo 10. 10. sorunun değerlendirme sonucu

	f	%
Doğru	7	8,1
Yanlış	47	54,7
Boş	32	37,2

Tablo 10'da ise son soru olan 10. sorunun doğru yapılma oranının %8,1'de kaldığı görülmektedir. Bu da gösteriyor ki mutlak değer içeren

denklem soruları öğrenciler için zorlayıcı olmuş, hatta cevap verme oranı bile %62,8'de kalmıştır. Cevap veren öğrencilerin çoğu “4x-8” ifadesini 16'ya eşitleirken -16'ya eşitlemeyi düşünmemiştir.

➤ Öğrencilerin tüm testteki başarı durumu:

Tablo 11, 10 soruluk testte yapılan toplam doğru sayısına göre öğrencilerin kümülatif dağılımını ve başarı oranlarını göstermektedir.

Tablo 11. Doğru sayısına göre öğrencilerin kümülatif dağılımı

Doğru Sayısı	f	%	Kümülatif %
0	5	5,8	5,8
1	13	15,1	20,9
2	22	25,6	46,5
3	14	16,3	62,8
4	13	15,1	77,9
5	11	12,8	90,7
6	4	4,7	95,3
7	3	3,5	98,8
8	1	1,2	100,0

Tablo 11'de dikkat çeken en önemli veri hiçbir öğrencinin bütün sorulara doğru yanıt verememiş olmasıdır. En fazla doğru yapan öğrenci sayısı 1'dir ve oranı %1,2'dir. Bu öğrenci toplam 8 soruya doğru yanıt vermiştir. Frekansı en yüksek olan doğru sayısı 2'dir. 22 öğrenci ya da bir başka ifadeyle öğrencilerin %25,6'sı 10 soruluk bu testte sadece 2 soruya doğru cevap verebilmişlerdir. 5 öğrenci ise (öğrencilerin %5,8'i) testte hiçbir soruya doğru yanıt verememişlerdir. Bir öğrencinin genel olarak “başarılı” sayılabilmesi için soruların yarısını yani 5 tanesini doğru cevaplaması gerektiği göz önüne alınırsa öğrencilerin %77,9'unun bu testte başarısız oldukları söylenebilir.

Sonuç ve Öneriler

Sonuç olarak, ortaöğretimde matematik derslerinin anlaşılması en zor konularından biri olan mutlak değer kavramının aslında kavramla ilk karşılaşılınan dönem olan ilköğretim yıllarında problem teşkil etmeye başladığı görülmektedir. Bu da araştırma konusu olarak seçilen mutlak değer kavramının doğru tercih olduğunu göstermektedir. Temelde eksik olan bilgiler ve kavram yanlışları ortaöğretime geçince bu konuyla ilgili önyargıya dönüşmekte ve başarı oranını olumsuz yönde etkilemektedir.

Öğrencilerin bu testte ortaya koydukları performans da gösteriyor ki, öğrenciler daha bu dönemde soruları test çözme mantığı ile cevaplamaya çalışmakta, kendi yorumları ile hareket etmekten çekinmektedirler. Harfli ifadelerin mutlak değerini içeren sorularda hemen bilinmeyenine yerine değer verme eğilimi de bunu kanıtlar niteliktedir.

Ayrıca öğrencilerin mutlak değer ile bağlantılı diğer konularda da yaşadıkları zorlukların mutlak değer kavramına taşındığı, bu olumsuz transfer nedeniyle de mutlak değer konusunda başarının düştüğü gözlenmiştir.

Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda ilköğretimde mutlak değer konusunun öğretimine yönelik olarak aşağıdaki öneriler geliştirilebilir:

- Mutlak değer kavramına ön-şart gerektiren konulardaki eksiklikler giderilebilir,
- Mutlak değer tanımı ezberletilmesi yerine kavramla ilgili yeterince etkinlik düzenlenerek öğrenciler tarafından tam olarak kavranması sağlanabilir,
- Matematik programında mutlak değer öğretimine ayrılan süre artırılabilir,
- Harfli ifadelerin mutlak değerinin öğretimi ortaöğretim düzeyine bırakılabilir,
- Mutlak değer kavramının doğru şekilde kavratılabilmesi için tespit edilen yanlışların ve yanılgıların hangi nedenlerden kaynaklandığını belirleyebilmek için daha derinlemesine inceleme ve araştırmalar yapılabilir.

Kaynaklar

- Baştürk, S. (9-11 Eylül 2004) *Türk-Fransız Lise I. Sınıf Öğrencilerinin Mutlak Değer Kavramında Karşılaşmış Oldukları Zorluklar*, VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde Matematik Öğretimi, Öğretmen El Kitabı: Modül 6*, Ankara, Milli Eğitim Yayınları.
- Baykul, Y. (2004). *İlköğretimde Matematik Öğretimi (6-8. Sınıflar İçin)*, Ankara, Pegem A Yayıncılık.
- Goldenberg, E.P., Cuoco, A.A. ve Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.) *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 3-44.
- MEB. (2007). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara, MEB.
- Moralı, S., Köroğlu, H. ve Çelik, A. (2004). Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmen Adaylarının Soyut Matematik Dersine Yönelik Tutumları ve Rastlanan Kavram Yanılgıları, *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 161-175.
- Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik Derslerinde Kavramsal ve İşlemsel Öğrenmenin Dengelenmesinin Önemi Üzerine Bir Çalışma, *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (16-18 Eylül 2002). *Ortaöğretim 9.sınıf öğrencilerinin mutlak değer kavramındaki öğrenme hataları ve kavram yanılgıları*, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ, Ankara.
- Şandır, H., (2003). "Tanısal öğretim yönteminin 9. sınıf öğrencilerinin mutlak değer konusundaki başarılarına etkisi", Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetik İşlemler, Sıralama, Denklem ve Eşitsizlik Çözümlerindeki Hataları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32, 274-281.